BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
7 B
6
12-7-B-6
BB
VIII
26

ARITHMETICAE PRACTICAE

METHODVS FACILIS, PER GEMMAM *Friſium, Medicum ac Mathematicum, iam recens ab ipſo authore emendata, & multis in locis inſigniter aucta.*

HVC ACCESSERVNT IACOBI PELetarij Cenomani annotationes: Eiuſdem item de Fractionibus Aſtronomicis compendium: Et de cognoſcendis per memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Feſtis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

Nunc verò à Ioanne Stein recognita, & nouis aucta additionibus.

BENEDICES CORONÆ ANNI BENIGNITATIS TVÆ. PSAL. 64.

COLONIÆ,
Apud Maternum Cholinum.
M. D. LXXI.
Cum gratia & priuilegio Caſ. Maieſt.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

12. 7. B. 6

STIGELIVS.

Soli homini numerare datum eſt: hanc indidit artē
Cum prima nobis religione Deus,
Qua ceu matre ſata eſt, quæ diuidit omnia punctis.
Semen ab his artes omne duabus habent.
Has igitur meritò geminas Plato credidit alas,
Quæ noſtros animos ardua ad aſtra vehant.
Illa viam ingenuas meditando munit ad artes,
Per quas maieſtas conſpicienda Dei eſt.
Communem vitæ parit hæc ciuilis ad vſum
Organa, mechanica quæq; regenda manu.
Quare, qua poteris duce, poſteriore potiri,
Friſius hic monſtrat Gemma prioris iter.
Qui neſcit numeros, numerandi aut reſpuit artem,
Eloquio vt careat dignus & ille fuit.

ALBERTVS.

Hic numeris conſtat rerum pulcherrimus ordo:
Quem, niſi per numeros, cernere nemo poteſt.
Si iuuat ergo vices naturæ noſcere miras,
Prima ſit hæc numeros diſcere cura tibi.

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

EXciderunt mihi olim in Gemmæ Friſij Arithmeticam ſcholia quædam, ſeu tyrocinij rudimenta. Quæ iampridem, ſi mihi integrum fuiſſet, è publico ſubduxiſſem libenter: ſed tamen horum præludiorum recordatio delectare ſolet eos, qui altius promouerunt. Ea quum prorſus non liceret ſupprimere, ſaltem recognoſcenda eſſe iudicaui, præſertim quũ opus ipſum ab authore recognitum viderem, poſt meam animaduerſionem. Itaq; expũxi de meo quod iam vacabat. Alia quædam obiter interieci. Gemma quidem ſuum Librum pulchris acceſsionibus locupletauit: ſed quædam propoſuit magis quàm expoſuit, maximè radicũ demonſtrationem: Quæ tamen hoc lo

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

co à nobis non eſt explicata. Eam e-
nim partem ad Algebram retulimus.
Interim dum tu hoc munuſculum tem
pore metieris, maiora te à nobis habere
memineris, & expectare non dubites.
Ego quoad res meæ ferent, tuæ ex-
pectationi ſtudebo ſedulò.
Vale. Lutetiæ, 4. Non.
Sept. Anno Chri-
ſti 1558.

ORNA-

ORNATISSIMO VIRO AC MERITO VENERANDO PATRI D.

Guilielmo Rhetio, apud D. Michaelem Antuerpiæ priori digniſsimo, &c. Gemma Friſius S. D. P.

OMnes qui hac tempeſtate elucubrationum ſuarum fructu aliquo Reip. prodeſſe volunt, mi Rheti ornatiſſime, id mihi polliceri videntur, imò praſtare meritò debent, vti omninò aliquid in lucem proferant, quod maiores noſtros effugerit, aut minimùm inuenta eorum ſuperet, ac quodammodo emendet. Me verò ſi quiſpiam rogitet, cur poſt tot ferè myriades authorũ, qui de Arithmeticis rebus ſcripſerunt, iam tandem actum agere, Penelopesq́; telã retexere aggrediar: huic cãdide in hunc modum reſponſum volo. Quum ſua quodq; tempus proferat ingenia, multùm ſanè inter ſe diſtantia: neq; id ſolùm diuerſo temporis tractu eueniat, ſed vno eodemq́; die comperias mille hominum mores & diuerſa iudicia: fit hinc vt quantumuis varij de eadem re authores ab alijs atq; alijs colãtur & expetãtur, quia certè (vt ille cecinit) τὸ δ' ἕτερον μὲν ἔδωκε πατὴρ, ἕτερον δ' ἀνένευσεν. *Proinde & nos amicorũ precibus compulſi ſumus Arithmetices aliquam compendiariam rationẽ ac facilem, quam neſcio quo argumento nos efficere*

poſſe collegerunt in lucem euulgare: non quòd noſtra hæc meliora iudicemus ijs, quæ à varijs ante nos tradita ſunt, verùm quod ipſis magis arriſerint, quàm ea quæ ſæpè inter docendum percurrere ſoleo: quorũ alia obſcuriora viſa ſunt, nonnulla nimiùm Laconicè dicta: illa contrà prolixitatis accuſanda. Quum igitur multis argumentis exploratum habeam, me in tuorum numero amicorum non poſteriori abs te loco habitũ fuiſſe ſemper, egoq; te viciſſim ab ea vſq; conſuetudine, quã Matheſeos mutua inter nos collatio primùm peperit, vnicè amauerim ac coluerim, tuq; adeo huiuſce editionis incitator & auctor fueris inter alios præcipuus, præter decorum duxi, & ab officio alienũ, tantilla in re abs te potiſſimùm atq; alijs amicis conatum meum deſiderari. Qui qualiſcunq; eſt, meritò tibi dedicandus videtur, quod harum rerum adeò non es ignarus, vt ſecundum tibi cognouerim ἐν τοῖς μαθηματικοῖς in his noſtris finibus neminem: vt interim taceam linguarum meliorum, ſacrarumq; literarum peritiam. Quæ omnia ad miraculũ vſq; ſummis non ſolùm laboribus, verùm etiam cum bonæ valetudinis nõ parua iactura cõſecutus es. Accipe igitur pro tuo in nos fauore hæc quamuis exigua: ac remiſſis interim grauiorib. curis, ne tertiò nos aduerſa valetudine oppreſſus inuiſas, hæc leuiora perlege, corrige, ac pro cenſoris officio omnia immuta. Quòd reliquum eſt, fac vt rectiùs valetudinẽ tuam cures: meq; vt ſoles amare non deſinas. Vale. Louanij, quinto Calendas Ianuarij.

ARITHMETICAE PRACTICAE METHODVS FACILIS, PER

Gemmam Friſium, Medicum ac Mathematicum, in quatuor partes diuiſa.

PRIMA PARS.

De ſpeciebus Arithmetices.

NVmerare, eſt cuiuſuis propoſiti numeri valorem exprimere: atque etiam quemcunq; datum numerum ſuis characteribus adſignare. Numerationem ego inter quatuor Arithmeticæ ſpecies non colloco. Sicut enim in alijs artibus elementa quædam præcedunt artis regulas, ita Numerationem à ſpeciebus Arithmeticæ meritò ſeparandam puto.

Duo igitur ſunt præcipua, per quæ cum Numeratio, tum quæ ſequuntur deinceps ſpecies perficiũtur, Characteres, ſiue elementa, & eorum loca.

Elementa ſunt decem, quorum nouem ſignificatiua, vnum non ſignificatiuum, quod, ob receptam cõſuetudinem, CYPHRAM *deinceps appellabimus: ſcribiturq; vt litera, o, vel circulus.*

Significatiua ſunt,

1, 2, 3, 4, 5,
vnum, duo, tria, quatuor, quinq;,
6, 7, 8, 9,
ſex, ſeptem, octo, nouem.

Hæ notæ ſolæ quidem tales obtinent ſingulæ valores: at ſi cum alijs coniungantur, vel cum cyphra, infinitis modis augentur: quod quidem fit ob loci ſolùm mutationem, quemadmodum vulgò dici conſueuit, Honores mutant mores: ita nimirum hîc loca, notarum valorem augent.

PELET. Elementa ſunt decem) Nouenarius igitur non eſt vltimus ſimplicium. Numerorum, ſed Denarius: quamuis huic proprius character non ſit aſsignatus. Eſtque admiratione dignum, quòd ſupra Denarium Numeri in ſe ipſos recurrant: neq; vlla alia ratio Numerorum excogitari potuerit, quàm ex nouem primis elementis & ipſo Denario compoſita.

Qualibet igitur notarum primo loco poſita, ſeipſam tantùm ſimpliciter ſignificat, hoc eſt, quantum ex impoſitione prima valet: Vt. 6. ſex, 8. octo, &c. Primùm autem appellamus dexterum locum: eo quòd hæc ars vel à Chaldæis, vel ab Hebræis ortum habere credatur, qui etiam eo ordine ſcribunt.) Secundo loco qui deinde læuam verſus ſequitur, nota quæuis ſeipſam decies ſignificat. Vt 80, octoginta: 70, Septuaginta, &c. Tertio deinceps loco quæuis figura ſe centies auget: vt 800, octingenta: 600, ſexcenta, 200, ducenta. Cyphræ verò hic loca tantùm occupant.

PELET. A Chaldæis.) Alij tribuunt Phœnicibus, qui commodiorem negotiationis, quam præcipuè exercebant,

bant, vſum, Numerorum praxim excogitarunt: quę poſteà per manus tradita in ſcientiam redacta eſt. Aegyptijs tribuitur Geometriæ inuentio. Diuidendi enim fuerunt agrorum limites, quos Nili inundationes confundebant: Chaldæis Aſtrologia, qui & ipſi peculiari nomine Genethliaci & Mathematici dicti ſunt.

In his ergo tribus primis locis quemuis ſtudioſum primùm diligenter exercitatum velim. Nam illis cognitis, facilè quemcunq; numerum expreſſerit, etiã ſi multò pluribus conſtet elementis: Quod quidem ita facilè fiet. Diſtingue primò numerum propoſitũ, virgula interiecta poſt ternas ſingulas figuras, initio facto à dextris, atque ita ad finem: Vt 3'554'560'782. Iam contrario ordine, à læua exprime omnes figuras poſt vltimam virgulam habentur, ſecundum figurarum & locorum variationem: ita vt primam figuram à virgula ſimpliciter, ſecundam decies, tertiam centies enuncies, ac ſi nullæ aliæ præterea eſſent notæ. Verùm his toties hanc dictionem, millies, adijce, quot ſunt à principio huc vſque virgulæ. Quod tamen vt latinè fiat, poſt primam virgulam, millia dices: poſt ſecundam, millena millia: poſt tertiam, millies millena millia: poſt quartam, millies millena millia: Atque ita infinitis deinceps modis: Qui ſanè à quarta virgula latinam (fateor) locutionem haud facilè admittent. Verùm nos artis potiùs quàm latinæ linguæ præcepta tradere voluimus. Sua etiam cuique arti phraſis.

Exempli gratia, ſubijciamus huius numeri ſequentis valorem explicandum, 23456345678. Diſtin-

guendus erit primùm, vt diximus, interiectis vel notulis, vel, virgulis, hoc pacto, 23|456|345|678. Deinde ſimul connumerentur figuræ duabus virgulis interclusæ, hac ratione, Vicies & ter millies millena millia, quadringenta quinquaginta ſex millena millia, trecenta & quadraginta quinque millia, ſexcenta & ſeptuaginta octo. Atque hîc obiter obſeruandum, vti duæ figuræ proximæ à virgula ſimul pronuncientur, vt loquendi vſus exigit. Ex his deinceps haud difficile fuerit, propoſitum aliquem numerum ſuis characteribus annotare, habita ſcilicet ratione tum figurarum, tum locorum: id quod exercitio diſcentium relinquimus.

NVMERI IN SPECIES DIuiſio, quarum notitia ad ſequentiũ vſum non parum facit.

NVmerum authores vocant multitudinem ex Vnitatibus conflatam. Ataque Vnitas ipſa licèt ſubinde pro numero habeatur, propriè tamen numerus non erit, ſed numerorum omnium principium, Quemadmodum enim ex fluxu Puncti in longum Linea deſcribitur: ita ex Vnitatibus accumulatis numerus efficitur.

Diuiditur autem in Digitum, Articulum, & Compoſitum numerum. DIGITVM vocamus omnem numerum denario minorem: ſuntq; in ſumma nouem, ſcilicet 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9: quos paulò antè Elementa ſignificatiua appellauimus. ARTI-

CVLVS eſt numerus quicunque in decem æquas partes diuidi poteſt, easq́ integras. Hoc eſt, omnis numerus duabus aut pluribus conſtans notis, qui in ſui principio, hoc eſt dextra parte, cyphram obtinet: Vt 10, 20, 30, 60, 100, 600, 3000, 360, &c. Sunt autem ſine numero Articuli. COMPOSITVS eſt numerus, qui ex Digito Articulóque naſcitur: taléſque ſunt omnes numeri pluribus notis ſcripti, quorum prima figura non eſt Cyphra. Verbi gratia, 24, 91, 102, 132, 1003, atq́ huiuſmodi infiniti.

Partiuntur etiam authores numerum in Parem & Imparem: quorum ille in partes æquas eſt diuiſibilis, hic neutiquam.

Poſſuntq́ plures aliæ numerorum diuiſiones fieri, vt in Perfectum & Abundantem: in Quadratum, Cubum, Surdum, &c. in Primum & non primum. Sed quoniam hæ citra ſequentium ſpecierum notitiam intelligi nequeunt, maluimus in ſuum locum tempusq́ commodum ſeruare.

Poſſuntque plures aliæ diuiſiones numerorum fieri, vt in Perfectum) Numerus Perfectus dicitur, qui integrè conſtat ex aggregato omnium numerorum, qui ipſum numerant. Veluti 6, quem numerant 3, 2, 1, atque ij iuncti faciunt 6. Numerus Perfectus ſemper in 6 vel in 8 terminatur. Intra primũ Denariũ hoc eſt ab 1 ad 10, ſolus Senarius eſt Perfectus: Intra ſecundum Denarium, ſcilicet à 10 vſq; ad 100, ſolus 28 eſt perfectus: 100 ad 1000, ſolus 496: A 1000 ad 10000, ſolus 8128: In ſũma vnicus reperitur numerus Perfectus in quolibet decuplo augmento. PELET.

Huic

Huic numero opponitur Diminutus, cuius partes numerātes, ipſum non integrant. Veluti, 10 numeratur à 5,2,1: qui iuncti tantùm octo efficiunt. Eſt & numerus Abundans, qui à ſuis numerātibus ſuperantur: Vt, 12, numeratur à 6,4,3,2,1, quorum aggregatum reddit 16.

Numerus Primus, eſt quem vnitas ſola metitur. Numeri contra ſe Primi dicuntur, qui nullum habent numerum communem, qui ipſos diuidat: vt 5, & 7, & 9, & 11. & ſimiles. De Quadratis & Cubis dicet author ſuo loco.

DE ADDITIONE, PRIMA SPECIE.

Quatuor omnino ſunt Arithmetices ſpecies, per quas oēs regulæ quæſtionesq́ oēs ferè perficiuntur. Vocamus aūt ſpecies, certas operandi p numeros, formas: quemadmodū in Dialectica, argumētorum formæ, quatuor comprehenduntur ſpeciebus, Syllogiſmo ſcilicet, Inductione, Enthymemate, & exēplo.

Prima harum eſt ADDITIO, *quæ plures numeros in vnam ſummam colligere docet. Vt finge te expendiſſe vno anno 397 aureos, altero 765. docet hæc ſpecies, duos hos numeros vna explicare & cōplecti ſumma. Obſeruandum igitur primò, vti maior numerus ſuperiori loco ſcribatur, minores huic ſubſcribantur: hac lege, vt prima inferiorum primæ ſuperiorum è directo ſubijciatur, ſecunda ſecundæ, tertia tertiæ, atque ita deinceps. Quibus ita collocatis, ſubtus ducatur linea: factoq́ initio à dextris, collige om-*

nes

nes figuras primi ordinis ſiue loci in vnam ſummam: eam, ſi vnica figura ſcribi poteſt, ſubſcribe omnibus primo loco poſitis: ſin verò duabus ſcribi oportet, ſcribatur dextra, reliquam ſerua vel memoria, vel ſeorſum annota. Aut ſi mauis adijce eam cum figuris ſecundo loco poſitis: factamq́ ex omnibus ſummam eodem modo ſubſcribe, ſi vnica fuerit figura: ſin dua, dextram ſcribe, ſiniſtram ſequenti ordini adijciens: Sicq́ pergere non deſinas, donec omnes ordines collegeris. Atque hîc ſi in fine numerus duabus figuris ſcribendus occurrat aut pluribus, integrè ſcribatur. Iamq́ hoc pacto plures numeros in vnam ſummam, vltimam ſcilicet, collegiſti.

Exemplum duorum numerorum.

Addendi	2 3 0 4 5 6
	6 7 8 2 1
Summa	2 9 8 2 7 7

Exemplum plurium numerorum.

Addendi	4 3 2 0 6 5 2
	9 3 0 8 7 6 5
	3 6 0 0 3 2 1
	4 3 0 8 7 6 0
	5 6 7 8 9 1
Summa	2 2 1 0 6 3 8 9

Declaratio ſecundi exempli.

Omnes numeri primi ordinis efficiunt 9: ea ſubſcribo: Secundi ordinis oẽs numeri, ſcilicet, 9, 6, 2, 6, 5, fa-

5, faciunt 28: ſcribo igitur 8, & duo adijcio ſequenti tertio ordini: quæ ſimul cum alijs conficiunt 33 ſcribo 3, & 3 adijcio ſequenti ordini: atq; hîc colligo 26: ſubſcribo 6 & duo adijcio quinto ordini: quæ cum alijs faciunt 10: quare ſub noto, 0: vnitatem adijcio ſexto ordini, q̃ cum hac vnitate efficit 21: annoto 1: & 2 coniungo cũ vltimo ordine, q. conſtituit 22: q̃ cùm in fine accidunt, ita ſubſcribo integrè, 2 2 1 0 6 3 8 9.

EXAMEN ADDITIONIS.

	9 2 7 9
	3 8 9
	4 7 9
	5 9 9
	6 8 9
	7 7 9
Addendi	8 9 9
	9 8 9
	6 7 9
	2 8 9
	1 8 9
	9 7
	9 6
	1 1 2
	1 0 5
	5 3
	9
Summa	1 5 4 6 2

Collige omnes numeros addendos, per ſingulas figuras diſcurrendo, neglecto ordine figurarum: atq; interim dum excreſcit numerus, abijce 9, reſiduum reliquis adijcito, donec omnes ita percurreris: & quod tandem poſt collectionem & abiectionem 9, relictum fuerit, annota. Nam ſi ritè operatus fueris, ſimilis figura relinquetur, ſi omnes ſummæ numeros ſiue characteres colligas, atq; interim dum potes, 9 abijcias. Sufficit hoc examen diſcentibus, alioqui certius per Sub-

Subductionem ſequentem ſpeciem, effeceris operationis examen.

Si interdum (quod rarum eſt) ex additione vnius loci, tres figuræ prodeant: tum prima ſcribatur ſub primis: ſecunda adijciatur ſecundo ordini: tertia, tertio.

Collige omnes numeros.) Ea eſt proprietas Nouenario numero, quòd ipſe menſurat æquali exceſſu notas collectas ſimplici valore æſtimatas, & numerum ſignificatum per illas ordine recto & præpoſtero. Vt in 84 & 48: 8 & 4 faciunt 12, à quibus ablatis 9, ſuperſunt 3: 9 ergo numerant 84 & 48, hunc ter illum nouies: & reſtant vtrinq; 3. Circuli, hoc eſt Cyphræ non mutant ſuperfluum eius. Hic itaque numerus 45630, diuiditur per 9 præcisè: continet enim 9, 5070: hoc eſt, quinquies millies ſeptuagies. PELET.

Verùm in talibus Exemplis conſultius fuerit operationem partiri in duas aut tres ſeorſum additiones: atq; ſic collectas ſummas particulares, deinceps in in vnam coaceruare.

DE SVBDVCTIONE, ſiue Subtractione, ſecunda ſpecie.

HAEc ſpecies docet vnum numerum ex altero auferre, vt videatur reliquum, vel exceſſus duorum numerorum: contrà ſane quàm præcedens ſpecies.

Vt ſi quiſpiam debeat ex mutuo mihi 30263486 au-

aureos, ſoluerit autem 765432: ſcire cupio quantum reſtet ſoluendum. Scribe igitur minorem ſub maiori, ita vt ſingulæ figuræ ſingulis reſpondeant, facto initio à dextris, hoc pacto.

30263486
765432
29498054

Deinde aufer primam inferioris ex prima ſuperioris ordinis: vt 2 ex 6, reſtant 4: ea ſubſcribe. Simili modo ſecundam ex ſecunda: vt 3 ex 8, reſtant 5: hæc ſubſcribe. Atque ita deinceps in finem vſque pergito. Quòd ſi duæ figuræ occurrant æquales, ijs ſubſcribatur o. Vt in exemplo propoſito, tertio loco 4 ex 4, reſtat nihil: hoc ſcribimus per cyphram o. Si verò inferior figura ſuperat valore ſuperiorem, vt in quarto loco noſtri exempli accidit, 5 enim ex 3 non poſſunt auferri: Id quoties euenit, auferenda inferior ex 10 ſemper: quod hinc relinquitur, adijciendum ſuperiori figuræ: ſumma hæc ſubnotanda. Verùm cautè iam obſeruandum eſt, vt vnitas adijciatur figuræ inferiori proximè ſequenti. Atque tum deinceps ad finem ſecundum has leges progrediendum. Hoc ideo fit, quia dum ſuperior inferiori minor eſt, mutuandum aliquid eſt ex ſequenti proximè loco, nempe vnitas, quæ in propoſito loco decem valet: atque ideo facta ſubductione, vnitas illa ſequenti ordini inferiori additur, vt à ſuperiori auferatur. Vt quoniam quarto loco noſtri exempli, 5 non poſſunt auferri ex 3, aufero illa ex 10, reſtant 5, quæ adijcio ſuperiori, ſcilicet 3, fiunt 8: hæc ſub tribus annoto. Iam verò ſequenti

infe-

inferiori addo 1: fiunt 7: quæ rurſus auferenda ſunt ex ſuperiori, 6 ſcilicet. At quoniam id non poſſum (cùm ſit maior) ſubduco 7 ex 10: reſtant 3, quæ adijcio ſuperiori 6: fiunt nouem: ea ſubſcribo: Atque iterum eandem ob cauſam ſequenti adijcio 1: fiunt octo: quæ rurſus quia excedunt ſuperiorem numerum, aufero ex 10. reſtant duo, hæc adijcio ſuperiori, fiunt 4. quæ ſubſcribo. Iam verò ſequenti figuræ mihi adijcienda foret vnitas, ſed nulla ſequitur in inferiori ordine, quare loco tantùm ſequenti adijcienda vnitas, quæ auferenda ex ſuperiori, ſcilicet 0, ſed quid auferes inde, vbi nihil eſt? Aufer igitur 1 ex 10, reſtant 9: quæ adde ſuperiori 0, manent 9, ea ſubſcribe. Rurſus hîc adijcienda vnitas vltimo loco inferiori: quæ ablata ex 3, ſuperiori ſcilicet numero, relinquit 2 ſubſcribenda.

Aliud exemplum.

60021039097	*Numerus ex quo ſubducitur.*
29039916	*Subducendus.*
59991999181	*Reſiduum.*

Notandum, ſi plures fuerint numeri ſubtrahendi ab vno, tum primùm per præcedentem doctrinam illos collige in vnam ſummam: hanc aufer ex propoſito numero.

Examen ſubductionis.

Adde numerum quem ſubduxiſti ad reſiduum: quod inde producitur, æquabit primam ſummam, ſi benè fueris operatus.

Alius modus.

Vel abijce 9, quoties poteris ex ſecundo & tertio

 nume-

numero, nulla habita ratione ordinis aut loci: reſiduum ſerua: ſimiliter ex ſumma prima ſeorſum reijce 9, quoties licuerit: quod tandem reſtat, æquale erit priori relicto numero.

MVLTIPLICATIO, TERtia ſpecies.

MVltiplicare, eſt ex ductu vnius numeri in alterum, numerum producere, qui toties habeat in ſe multiplicatum, quoties multiplicans vnitatem. Hoc eſt: Multiplicare, eſt numerum quemcunque aliquoties aut multoties exaggerare: Vt 23 multiplicare per 6, eſt 23 ſexies exaggerare. Quoniam verò tota hæc ſpecies ex ductu Digitorum in ſe inuicem dependet: non fuerit ocioſum Digitorum multiplicationem ante omnia edocere. Si igitur libet colligere quantum conficiant 8 ducta in 9, hoc eſt, octies nouem, vel 7 in 8, &c. ſcribe Digitum vnum ſupra alterum,
(Digiti. Diſtantiæ) *hoc pacto: deinde diſtan*
9 1 *tiam vtriuſq; à 10, ad latus: Iam duc di-*
8 2 *ſtantiam alteram in alteram: hoc eſt,*
7 2 *pronuncia alteram aduerbialiter cum*
altera: Vt, bis vnum, efficit 2: hæc ſubſcribe diſtantijs. Tandem aufer diſtantiam alterius per tranſuerſum ex altero Digito, reſiduum ſubſcribe Digitis, Vt 2 ex 9, vel 1 ex 8, relinquunt 7: ea ſcribe. Itaque iam inueniſti octies 9 efficere 72. Aliud exemplum. Placet indagare ſexies 7, quantum efficiant, Dico ter 4 ſunt 12: annoto 2 ſub differentijs, vnitate ſeruata: deinde

aufe-

(Digiti. Diſtantiæ)

6 4
7 ✕ 3
4 2

aufero 3 ex 6, aut 4 ex 7, ſuperſunt 3: quibus adijcio vnitatem ſeruatam, fiunt 4: hinc colligo: ſexies 7, efficere 42. Hæc tamen regula te fallet, niſi duo Digiti ſimul iuncti plus decem efficiant. Verùm in illis ob ſummam facilitatem nulla opus eſt regula.

Scribe Digitum vnum ſupra alterum, &c) Alia itē ratione poteris Digitorum in digitos multiplicationem expedire: ſcilicet, vt maioris digiti diſtantiā à 10 accipias, poſteà minorem Digitum à ſuo Denario, quem denominat, toties auferas, quot in numero diſtantiæ ſunt vnitates: Vt octies nouem, cape vnitatem qua 9 diſtat à 10: & ab 80 (qui eſt denarius ab 8 denominatus) aufer ſemel octo, reſtant 72, numerus ex vtriuſque inuicem multiplicatione conſurgens. Item, ſepties octo, cape diſtantiam 8 à 10, quæ eſt 2: deinde à 70. (qui eſt denarius à 7 denominatus) aufer bis ſeptem: ſuperſunt 56, numerus ex multiplicatione 8 in 7 conſurgens. PELET.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	1
	4	6	8	10	12	14	16	18	2
Qua-		9	12	15	18	21	24	27	3
	dra-		16	20	24	28	32	36	4
		ti		25	30	35	40	45	5
			nu-		36	42	48	54	6
				me-		49	56	63	7
					ri.		64	72	8
								81	9

Tabulæ vſus.

Per Tabellam autem hanc poteris ad tempus ruditati ſubſeruire, donec vſus te ab hac moleſtia liberauerit. Si enim maiorem Digitorum quæras in primo ſuperiori ordine, minorem in dextro latere: concurſus duorum ordinum indicabit numerum quem Digitus propoſitus in alterum ductus conſtituit.

Age igitur, multiplicaturus numerum quemcunque per alterum, ſcribe vtrunq; illorum ordine ſeruato, quem in Additione ſeruandum diximus: ita vt maior ſuperiorem obtineat locum. Exempli gratia, 267 dies volo redigere ad horas: hoc eſt, multiplicare per 24: ſcribo vtrunq; eo quo diximus ordine.

2 6 7	*deinde lineam*	2 6 7	
2 4	*ſubtendo,*	2 4	

mox duco primam inferioris ſcilicet 4, in primam ſuperioris, dicens, quater 7 efficiunt 28: quoniam verò hic numerus duabus figuris notatur: ſcribo, qemadmodum in Additione, priorem, ſcilicet 8, altera ſeruata: alioqui ſi vnica tantùm prodijſſet figura, eam ſubſcripſiſſem: Poſtea duco eandem primum inferioris, 4, in ſecundam ſuperioris: faciunt 24: quibus adijcio 2 priùs ſeruata: exurgunt 26: priorem huius ſubſcribo, altera ſeruata: Tandem duco eandem primam inferioris numeri in tertiam ſuperioris: fiunt 8: quibus adijcio 2 mox reſeruata: prodeunt 10: quæ integrè annoto, quia ad finem perducta eſt operatio. Quibus actis, perfecta eſſet Multiplicatio, ſi inferior numerus ex vnica tantùm conſtaret figura. At quoniam ex binis conſtat priori cancellata ſiue deleta,

cum

cum altera, ſcilicet 2, incedo eodem modo multiplicã-do in ſingulas ſuperioris vſq; ad finem.

Multiplicandus		2	6	7	
Multiplicans			2	4	
	1	0	6	8	
	5	3	4		*adde*
Productum	6	4	0	8	

Verùm hîc obſeruandum eſt, vt prima producti numeri collocetur non ſub prima ſecundi, ſed ſub ſecũda, ex cuius multiplicatione productus eſt numerus: reliquæ per ordinem deinceps componantur. Similiter ſi tres fuerint, aut plures figuræ numeri multiplicantis: eas oportet ſigillatim in omnes ſuperioris ducere: productos verò numeros ſub ſuis multiplicantibus initium facere, reliquas figuras ordine conſequi: vt in exemplis patet. Demum numeri ſic collocati, colligendi ſunt in vnam ſummam, quotquot ex Multiplicatione producti ſunt: non vt in Additione dictum eſt, primam adijciendo primæ, &c. ſed vnaquæq; ad ſuum locum ſub quo poſita eſt colligatur: ſumma hinc proueniens, productus appellatur numerus, ex ductu vnius numeri in alterum.

Vt ſi Dux exercitus debeat ſoluere exercitui 67083 militum, ſingulis 8 aureos: quæſtio eſt, quanta opus ſit ſumma pecuniæ. Exurgunt quingenta triginta ſex millia ſexcenta ſexaginta quatuor aureorum.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

6 7 0 8 3	*Milites.*
8	*Aurei ſingulorum.*
5 3 6 6 6 4	*Aurei omnium.*

Item placet reducere annos Chriſti 1536 elapſos, ad dies: Quoniam quilibet annus conſtat diebus 365, exceptis intercalaribus, multiplico 1536, per 365, prodeunt dies 560640, præter intercalares, quos in præſentiarum omittimus.

1 5 3 6	*Anni,*
3 6 5	*Dies anni vnius*
7 6 8 0	
9 2 1 6	
4 6 0 8	
5 6 0 6 4 0	*Dies omnes.*

Compendia aliquot Multiplicationis.

Multiplicaturus numerum quemcunque per 10, præpone multiplicando numero, 0. Vt 367 per 10, faciunt 3670. Si verò per 100 multiplicaturus es, præſcribe duas cyphras: per mille, tres. Ac ſimili ratione in alijs, vbi vltima figura vnitas eſt, reliquæ cyphræ. Quòd ſi in his vltima non fuerit vnitas, ſed vel alius ex digitis, vel plures fuerint ſignificatiuæ: tum reiectis cyphris, quæ tum in multiplicantis, tum etiam multiplicandi initio fuerint: per ſignificatiuas peragito operationem: factâ tamen multiplicatione, numero producto totidem cyphras præſcribito, quot reiecisti ex ambobus. Vt 3600 multiplicaturus per 7200, reijcio quatuor cyphras. Deinde multiplico

36 per 72,exurgunt 2592: quibus præpono 4 cyphras: fiunt 25|920|000, numerus verè productus.

```
   36
   72
 ------
   72
  252
 ------
 2592|0000|
```

EXAMEN MVLTIPLIcationis.

Examinatur Multiplicatio per diuiſionem, ſequentem ſpeciem. Si enim productum ex Multiplicatione numerum diuidas per alterum multiplicantium: neceſſe eſt alterum prodire. Neque eſt quòd aliam expectes examinandi viam. Nam aliæ vulgares & falſæ ſunt, & nullo innixæ fundamento. Diſce igitur priùs Diuiſionem, quàm examini intendas.

DVPLICATIO ET mediatio.

Solent nonnulli Duplationem & Mediationem aſſignare ſpecies diſtinctas à Multiplicatione & Diuiſione. Quid verò mouerit ſtupidos illos neſcio, cùm & finitio & operatio eadem ſit.

Duplare enim, eſt per duo multiplicare. Mediare verò, per duo partiri. Quòd ſi hæ operationes ſint diſtinctæ, infinitæ iam nobis exorientur ſpecies, triplatio, quadruplatio, &c. Sed ſatis de illis.

DIVISIO, QVARTA ſpecies.

Diuidere, eſt numerum quemcunque in quotuis partes partiri: quod alij ſic finiunt: Diuidere, eſt numerum producere, qui toties vnitatem complectatur, quoties Diuidendus Diuiſorem. Numerum enim propoſitum, quem partiri volumus Diuidendum appellamus. Numerus verò per quem Diuiſio perficienda eſt, Diuiſor appellatur: is eſt, qui partes denotat, in quas alterum diuidere volumus. Vt 24 per 6 diuidere, eſt 24 in ſex partes ſecare. Diceturq́ hîc 24 Diuidendus: 6, Diuiſor: 4, Productum, ſiue productus numerus.

Praxis. Scribe Diuidendum ſuis characteribus, loco ſuperiori: Diuiſorem ſub illo contrario atque hactenus docuimus ordine: vltimam figuram ſub vltima collocando, penultimam ſub penultima, & reliquas eodem ordine, facto initio à ſiniſtris.

8 6 2 8 Exemplum primum.

2 8 Diuiſor.

Si tamen vltima Diuiſoris ſiue inferioris figura excedat vltimam Diuidendi: conſtitues vltimam Diuiſoris ſub penultima Diuidẽdi: reliquas (ſi quæ ſint) ex ordine.

8 6 2 8 Exemplum alterum.

9 2 Diuiſor.

Quibus exactis, vide quoties Diuiſor habeatur in numero ſupraſcripto: Quod vt facilè fiat, quando Di-

Diuiſor eſt duarum vel plurium figurarum: facies q̃ſtionem non de toto Diuiſore, ſed de ſiniſtra tãtùm figura. Vt ſi diuidendi ſint 433656 aurei 72 hominibus: primum non colloco 7 ſub 4, quoniam vltima Diuiſoris, ſcilicet 7, excedit vltimam Diuidendi, ſcilicet 4: ſed ſub 3: deinde binarium reliquum. Iam inquirendum, quoties 72 in 433: is enim numerus eſt ſupraſcriptus: Quod vt facilè colligam, dico, quoties 7 in 43, numero ſcilicet ſupraſcripto? quoniam ergo ſexies reperio cõtineri, ſcribo 6 ad dextram poſt curuam lineam ſiue lunarem. Ea multiplico in totum Diuiſorem, exurgunt 432, ſcribenda ſub Diuiſore, primam ponendo ſub prima Diuiſoris, reliquas ex ordine deinceps. Deinde aufero eundem hunc numerum ex ſuperiori Diuidendo numero: reliquum ſupra eundem Diuiſorem annoto, vt patet in exemplo.

~~0~~ ~~0~~ 1
~~4~~ ~~3~~ ~~3~~ 6 5 6
7 2 Diuiſor (6
4 3 2

Hæc ergo vna eſt operatio Diuiſionis: quã ſi rectè intellexiſti, nihil eſt quod te remoretur in tota reliqua Diuiſione. Oportet autem poſt vnamquamq; huiuſmodi operationem, minorem reſtare numerum ſupra Diuiſorem, quàm ſit Diuiſor ipſe.

Perfecta igitur vna tali operatione, ſi plures reſtant figuræ Diuidendi numeri verſus dextram, à quibus non fuit facta ſubtractio: transfer Diuiſorem vno loco deinceps verſus dextram: ita vt iam vltima

Diuiſoris eam occupet ſedem, quam anteà penultima obtinuit: Aut breuiùs, vt quælibet figura vno loco dextram verſus transferatur.

```
     I
4 3 3 6 5 6        (6
     7 2
```

Deinde iterum vt priùs inquiratur: quoties Diuiſor in numero ſupraſcripto contineatur, facta, vt antea, quæſtione de vltima figura Diuiſoris. Numerus is adſcribatur priori figuræ ad dextram, quam intra lineam lunarem ſecludi iuſſimus: quæ etiam ducatur in Diuiſorem: & productus numerus è ſuperiori auferatur: non aliter quàm anteà dictum eſt.

Atq; eo ordine & modo pergendum eſt diuidendo, multiplicando, & auferendo, donec prima Diuiſoris perducta fuerit ad primam Diuidendi: ſub qua, facto huiuſmodi proceſſu poſt ſubtractionem, ceſſabit Diuiſionis operatio. Nam numerus qui poſt lunarem lineam continetur, indicabit quoties Diuiſor in Diuidendo numeretur. Hinc & inualuit, vt hic numerus Quotiens appellaretur apud vulgares. Verùm hîc notandum, ſi quando poſt translationem Diuiſoris, hic in Diuidendo numero ſupraſcripto, nullo modo contineatur (quod fit, dum minor eſt) tum ſcribenda eſt cyphra poſt lineam curuam, ſiue (vt dicunt) in Quotiente: & tum transferendus rurſus Diuiſor ad proximum locum: atque ibi operandum, vt iam dictum eſt.

Vt in præſcripto exemplo, poſt translatum Diuiſo-

ſorem, quærimus quoties 72 in 16, vel quoties 7 in vno ſupraſcripto: At cùm non ſemel habeatur, noto cyphram apud 6 in Quotiente.

0 0 1
433556 (60
72

Atq; rurſus translato Diuiſore, quæro quoties 7 in 16? quoniam verò bis habetur, noto 2 apud alias notas poſt lunarem lineam poſitas, factaq́; multiplicatione & ſubtractione. Et tandem

0 0 7 2 1
433656
7 2 (602
1 4 4

translato Diuiſore, quæro quoties 7 in 21: ſcribo 3 apud reliquas notas Quotiētis: factaq́; multiplicatione & ſubtractione, nihil reſtat.

0 0 1 2 1
433656
7 2 (6023
2 1 6

Sed neq; illud prætereundum, ſi interim ex multiplicatione Digiti, iam ſcipti poſt lineam lunarem, in Diuiſorem, plus exurgat, quam ſupra Diuiſorem ſcribitur: tum delendus erit ille Digitus, & ſcribendus vnitate minor, idq́; eoúſque faciendum, donec ex multiplicatione numerus minor ſuperiori euadat, vel æqualis. Vt ſi velim diuidere 200 aureos per 38,

quæro

quæro quoties 3 in 20. ſcribo igitur primum 6. Sed quoniam ſexies 38, ſcilicet 228, plus valent quàm 200: deletis 6, pono in locum eorum, 5: quæ multiplicata per 38, efficiunt 190. Hunc ergo numerum, quoniam minor eſt ſuperiori, aufero ab ipſo reſiduum: ſupra ſignando, reliquáque perficiendo, vt antea diximus.

1
~~2~~ ~~0~~ 0
3 8 ——— (~~6~~ $5\frac{10}{38}$
1 9 0
1 2 5 ——— $(20\frac{5}{6}$
~~6~~ 6

Si igitur nihil poſt huiuſmodi diuiſionem reſtiterit, integrè factam eſſe partitionem ſignificat: Sin aliquid reſiduum fuerit, illud ſupra Diuiſorem aſcribas poſt numerum Quotientem, interiecta per medium linea. Vt ſi diuidam 125 per 6, reſtabunt 5: quæ ſic adnoto poſt numerum productum $(20\frac{5}{6}$. *Quid verò huiuſmodi numerus ſignificet, dicitur in fractis.*

Exemplum igitur cape tale: Proponuntur 7336268 dies, quæriturq́ue, quot conficiant annos Aegyptios: Diuido igitur propoſitum numerum per 365 dies vnius anni: proueniunt 20099 anni, & 133 dies. Operationem verò diligenter perſpice quam adſcripſimus.

```
      1  3
0 0 0 5 4  1 3
7 3 3 6 2 6 8   (20099. 133/365
-------------
3 6 5 3 6 5
  3 6 5 3 6 5
      3 6 5
```

Compendia aliquot Diuiſionis.

Diuiſurus quemcunque numerum per 10, aufer ex dextera parte vnicam, eamq́ primam figuram, reliquæ enim figuræ productum oſtendunt: ablata, reſiduum. Vt 3708, diuidendo per 10, exurgunt 370, reſtantq́ 8. Simili ratione diuidens per 100, aufer duas primas dextras tanquam reſiduas: per mille, tres: per 10000 quatuor, atq́ deinceps, ſi vltima fuerit vnitas, reliquæ cyphræ.

Examen.

Facturus periculum rectè ne an ſecus peracta res ſit, multiplica numerum productum, ſiue (vt vocāt) Quotientem per diuiſorem: ſummæ, ſi quid poſt diuiſionem ſupererat, adijce: Prodibit enim, ſi benè res habet, numerus diuidendus.

De Mediatione, ſiue per duo ſectione.

Mediationis operationem finitio ipſa indicat: Eſt enim per duo partitio, quare hîc præter exemplum nihil adiecero.

Mediatio.

```
 1   1     1
4 3 6 7 2 1 3 6   (21836068
2 2 2 2 2 2 2 2
```

Hæ ſunt igitur quatuor illæ ſpecies Arithmetices, p quas omnia, quæcunq; deinceps dicenda ſunt, vel quæ per numeros fieri poſſibile eſt, abſoluuntur. Quare eas, quiſquis es, ante omnia perdiſcas.

DE PROGRESSIONE.

PRogreſſionis in hoc loco vſum nõ reperio alium, quàm additionis compendium. Habet tamen haud contemnendam vtilitatem, cùm in quæſtionibus varijs, tum maximè in Geometricis conſiderationibus: vbi variæ ex Progreſſionũ natura conficiuntur regulæ. Verùm nos inſtituti rationem habentes noſtri, breuiſſimis totum abſoluemus negotium. Progreſſio igitur, ordinata numerorum plurium ſeries vocatur. Ordinata autem erit, ſi æqualibus exceſſibus ſe mutuò per ordinem exceſſerint numeri: Vt 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, &c. Item 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12: Vel 2, 4, 6, 8, 10. Item 5, 8, 11, 14, 17. At talis Progreſſio, Arithmetica nominatur. Si verò per ſimilem numeri incedunt proportionem ſiue rationem, hoc eſt, vt quilibet præcedentem proximè toties complectatur, quoties ſecundus primum: tum huiuſmodi Progreſſio, Geometrica appellatur: Vt 3, 6, 12, 24, 48, 96, 192. Hic igitur quilibet numerus proximè præcedentem bis continet: in ſequenti, quater, 1, 4, 16, 64, 256, 1224. In Progreſſione igitur Arithmetica, omnium nume-

numerorum ſumma ſic colligitur per compendium: Primò quot ſunt numeri addendi vide: numerum hunc nota: Deinde primum Progreſſionis poſtremo adijce: ſummam hanc itidem nota. Duc igitur dimidium alterius horum numerorum in alterum: prodibit omnium ſumma: Vt 6, 10, 14, 18, 22, 26, 30, 34, 38, 42, 46. Hîc ſunt 11 numeri: Primus verò cum vltimo, hoc eſt, 6, & 46, conſtituunt 52. Per dimidium huius, nempe 26, multiplico 11: prodeunt 286. atq; hæc eſt ſumma omnium. Itidem 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24. Hîc 8 ſunt numeri Progreſſionis: primus cum poſtremo 27 conficiunt: quæ multiplico per 4, dimidium ſcilicet ipſius numeri reliqui: fiunt 108, ſumma omnium.

Poteſt quoq; poſtremus Progreſſionis cognoſci abſq; medijs hoc modo: Libet colligere ſummam centum numerorum ternario auctorum, facto initio à 10: quæritur ſumma. Igitur quoniam primus eſt 10, reliqui 99, & numeri, ternario addito, excreſcunt: Multiplica 99 per 3, exurgunt 297: quæ adde primo, fiunt 307. Hic eſt vltimus progreſſionis numerus. Hũc igitur adde primo, fiunt 317: quem numerum duc in dimidium omnium numerorum, hoc eſt in 50, colliguntur 15850, quæ eſt ſumma centũ numerorum ternario aſcendentium, à denario facto initio. Econtra verò, dato primo Progreſſionis numero, & poſtremo ſimiliter, itemq; exceſſu cognito: multitudo numerorum Progreſſionem conſtituentium ſic colligetur: A poſtremo aufer primum, reſiduum partire per exceſſum: oſtendit huiuſmodi operatio, quot ſint nume-

numeri Progreſsionis præter primum. Vt in exemplo præcedente, ſit primus Progreſsionis, 10: poſtremus, 307: exceſſus, 3. Aufer 10 ex 307: reſtant 297: quæ diuide per 3: prodeunt 99: tot ſunt numeri Progreſsionis præter primum: itaque omnes erunt centum.

Iam verò ad Progreſsionem Geometricam venientes, ſic colligemus ſummam plurium numerorum aliqua proportione procedentium, hoc eſt, continua multiplicatione vnius numeri productorum. Poſtremum igitur Progreſsionis numerum multiplica per eum per quem reliqui multiplicando procreati ſunt, & vnde ꝓportio Progreſsionis nomen habet: à producto hoc, aufer primum Progreſsionis numerum: reſiduum deinde partire per numerum vnitate minorem, quàm is eſt per quem multiplicaſti: ſic colligetur omnium ſumma. Vt 2, 6, 18, 54, 162, 486, 1458, 4374, 13122: poſtremum omnium multiplica per 3 (vt reliquos multiplicatos vides,) fiunt 39366. hinc aufer primum: relinquuntur 39364: hunc numerum partire per 2, qui eſt numerus vnitate minor ternario. eſt ergo ſumma oĩum, 19682. In ꝓportione dupla, diuiſione non eſt opus: quia vnitas nõ diuidit. At quoniam tædioſum eſt omnes illos numeros Progreſsionis per multiplicationem vſque ad vltimum producere: ſubijciam & huius negotij compendium.

Primùm multiplica per ordinem aliquot Progreſſionis numeros: quibus in ordinem digeſtis, ſubſcribe naturali ſerie numeros, facto initio ſub ſecundo: ſub primo verò ſcribe 0, vt vides in exemplo annotato.

3. 9.

3.	9.	27.	81.	243.	729.	
0.	1.	2.	3.	4.	5.	

Ex his paucis breuì in infinitum quaſi progredi licebit. Si enim duos quoſcunque ex his numeris inuicem multiplicaueris, productumq́; per primum diuiſeris, producetur numerus eo loco ponendus, quem duo numeri ſubſcripti numeris multiplicatis, additione facta indicabunt. Vt ſi 729, per 243, multiplicaueris, conſurgent 177147: quæ per primum, hoc eſt 3, diuiſa, eliciunt 59049. Hic eſt numerus nono loco ponendus, eo ordine quo numeri ſubſcripti ſunt: idq́; propterea, quòd numeri ſubſcripti duobus multiplicatoribus 4, & 5, efficiunt 9, ſimul additi. Hunc numerum poſtremò inuentum ſi in ſeipſum duxeris, & productum per primum diuiſeris: elicies numerum decimo octauo loco ponendum: quia 9 & 9, efficiunt 18. Sic quoque ſi 729 in ſe duxeris, ac vt diximus, diuiſeris per primum: producetur numerus decimus à ſecundo: quia ei ſubſcribuntur 5: quæ bis accepta, faciunt 10. Quando autem primus Progreßionis numerus vnitas eſt, tum diuiſione per primum non eſt opus, vt quiuis facilè collegerit.

Eſt & aliud compendium harum Progreßionum. Si enim primum numerum multiplicaueris per numerum proportionis in ſe ductum ſemel, ac ſi deinceps per eundem multiplicantem progreſſus fueris: produces numeros Progreßionis alternis locis ponendos. Item ſi numerum proportionis bis in ſeipſum duxeris, ac per hoc productum, quod cubum vocamus,

progreſſus fueris: habebis numeros ternis locis ponendos. Exempli gratia, Volo in proportione ſiue habitudine tripla, progredi citò, facto initio à 4. Igitur 3, numerum proportionis multiplico in ſe, fiunt 9: atq; hunc numerum rurſum per 3 multiplico, fiunt 27. Igitur ſi 4 per 27 multiplicauero, fiet 108, numerus tertio loco ponendus à ſecundo. Quòd ſi eundem hunc rurſum per 27 auxero: fient 2916, numerus ſexto loco collocandus à ſecundo, hoc eſt, ſeptimo à primo. Eodem modo, ſi 3 in ſe ter duxero, fient 81: per hunc ſi progreſſus fuero multiplicando & reliquos productos: pducam numeros quarto, octauo, duodecimóque loco ponendos: hoc eſt, tribus ſemper intermiſſis Progreſſionis numeris. Sic igitur facilè ad vltimum Progreſſionis numerum deueniemus: ſummamq; omnium ex præſcripta via colligemus.

DE REGVLA PROPORtionum, ſiue trium Numerorum.

Solent alij poſt ſpecies iſtas prædictas, ingerere diſcentibus mox alias ſpecies, Fractorum, ſiue minutiarum: ingenia ipſorum præceptis ſine vſu obruentes. Mihi ſatius viſum eſt, mox vſum ſpecierum qualemcunque per Regulas indicare, ne recens iacta fundamenta ſine vſu collabantur. Huic igitur rei maximè quadrabit Regula illa nunquam ſatis laudata, Proportionum, ſiue Regula Trium. Quæ ideo hoc nominis habet, quòd ex tribus cognitis numeris quartum

tum ignotum doceat elicere. Res breuis eſt & facilis, vſus immenſus, cùm in vſu communi, tum in Geometria, ac reliquis artibus Mathematicis.

Praxis igitur talis eſt: Multiplica tertium per medium: quod hinc exurgit, partire per primum: numerus ex diuiſione ſurgens, oſtendet numerum quem inquirebas. Quod ſi rationem huius rei cupias, vide Euclidis decimam nonam ſeptimi, & alias eò pertinentes.

Vt ſi talis proferatur in medium quæſtio, Pro tribus menſibus ſoluendi ſunt 20 aurei, quot oportebit ſoluere per 9 menſes? Duc 9 per 20, fiunt 180, quæ diuide per 3, prodeunt 60 aurei, ſoluendi pro 9 menſibus.

Menſes	Aurei	Menſes
3	20	9
	9	
	180	
	3	(60 aurei.

Artificium verò magis conſiſtit in collocandis ordine numeris, quàm operatione: quod hac via facilè fit: Cùm tres ſint ſemper cogniti numeri, vnus tantùm habet quæſtionem ſibi annexam: hic ſemper tertius eſto: Primus verò erit numerus alter, qui de eadem eſt re: Secundus, ſiue medius, qui relinquitur.

Exempli gratia, Facta quæſtione, 7 vlnæ panni conſtant 13 aureis, quot vlnas emero pro 39 aureis? Tertius erit hoc exemplo numerus, 39: quòd huic quæſtionis nota adijciatur. Primus igitur ac Diui-

ſor,13: quoniam eandem rem cum tertio, ſcilicet aureos, denotat: Medius 7, quem duc in 39, exurgunt 273. Hunc numerum ſi per 13 partiaris, habes 21 vlnas pro 39 aureis.

Aurei	Vlnæ	Aurei	
13	7	39	
	39		
	273		(21 vlnæ.
	13		

Oportet igitur primum numerum cum tertio eiuſdem eſſe rei & nominis, Vt ſi talis quæſtio fiat, Per annum exoluo 80 aureos, quantum 7 diebus? non rectè collocati ſunt numeri, eo quòd primus maioris tēporis ſit, quàm vltimus. Oportebat igitur dixiſſe: 365 diebus perſoluo 80 aureos, quot 7 diebus? Aut, 52 hebdomadis expendo 80 aureos, quot vna? neceſſe eſt enim vtrobique vel annos, vel dies, vel quamcunq; eiuſdem nominis rem per numerum denotari.

PELET. Hic author commodioris diſciplinæ gratia, tradit primum & tertium numerum de eadem re eſſe debere. Non tamen adeò neceſſarium. Nihil enim refert vtrũ primus cum tertio, an primus cum ſecundo de eadem ſit re, modò diligenter attendamus eandem proportionem eſſe debere primi ad ſecundum, quæ tertij ad quartum nobis ignotum. Vt ſi formulam ab authore aſſcriptam ſic collocemus, 3, 9, 20, in idem recidet operatio: quæ & directa eſt, & conformis doctrinæ Euclidis in 19 Propoſitione ſeptimi Elementorum, vnde ſumpta eſt hæc Regula 3 quantitatum. Ratio in hoc tota eſt, quòd nihil inter-

intereſt, vtrum tertium per medium, an medius per tertium multiplicetur, per 16. eiuſdem ſeptimi Elementorum.

Duo Canones ſequentes ęquè atque primus certi ſunt, tamen diſcentibus negotium facturi, niſi in priore tertius numerus primum: & in altero, ſecundus exactè primum contineat. Vt in exemplo priore authoris 23, 48, 69: quoniam 69, continent exactè 23, in promptu eſt operatio. Et in altero, 22, 66, 106, quia 66, continent 22 præcisè, praxis facilis eſt. Sed in hac poſitione 15, 36, 47, vbi primus numerus neque ſecundum, neque tertium numerat, neutro modo operari poterit, qui Fractiones non didicerit. Prima ergo traditio vna omnium commodiſsima.

Collocatis numeris ordine præſcripto, ſi diuidas tertium per primum, Quotientem multiplices per medium: idem prodibit ac ſi priori modo fuiſſes operatus. Quare poteris etiam hac via periculum facere, num benè operatus fueris.

23	*48*	*69*	*(3*
	3	*23*	
productus	*144.*		

Item ſi diuidas ſecundum per primum, quotientem ducas in tertium: idem etiam prodibit. Vt 22 dant 66, quantum 106? diuide 66 per 22, exeunt 3: quæ duc in 106, prodeunt 318. Rurſus ſi vides primũ & ſecundum diuidi poſſe facilè per aliquem tertium: pone Quotientes ipſorum loco primo & ſecundo, tertio non variato: fiet hac via facilis operatio.

 Vel

12	36	367
	pone	
2	6	367

Vel demùm, ſi primus cum tertio communem diuidentem admittunt, repone Quotientes huiuſmodi loco ipſorum, medio non euariato: reliquam deinde proſequens doctrinam Regulæ.

Huiuſmodi multa collegerit facilè, qui in demonſtrationibus Geometricis fuerit mediocriter verſatus. Quæ verò diſcentibus ſat eſſe putaui, non piguit adÿcere: per quæ & operari, & operationem confectam examinare licet. Si enim per varias huiuſmodi dictas vias ad eundem attigeris ſcopum, rectè operationem te inſtituiſſe audacter credas.

SECVN-

SECVNDA PARS DE FRACTIONIBVS ſiue Minutijs.

FRactiones, minutias aut partes appellamus numeros, integræ rei partes ſignificantes: vt $\frac{1}{2}$ *ſemiſſem ſignificat,* $\frac{1}{4}$ *Quadrantem ſiue quartam partem:* $\frac{3}{4}$ *Dodrãtem, aut tres quadrantes. Scribuntur duobus numeris: ſuperiorem, Numeratorem: inferiorem, Denominatorem appellant: hunc quòd denotet, quot in partes Integrum ſecari oporteat: illum, quia quot huiuſmodi ſumendæ ſint particulæ, numeret. Veluti* $\frac{3}{7}$*, hîc inferior denotat Integrum diuidendum in 7: ſumendas tamẽ tãtùm tres ſeptimas innuit ſuperior. Cùm igitur duo hi fuerint æquales, ſemper Integrũ tãtùm denotat: vt* $\frac{1}{1}$ $\frac{2}{2}$*. Cùm ſuperior maior eſt, plus Integro: cùm minor eſt, minus Integro ſignificat. Quantumq́; in ſumma ſuperior ab inferiori abeſt, tantùm ab integro minutiæ ſuperantur.*

1	2	3	4	5	6	7	*Integrum.*
1	2	3	$\frac{6}{7}$				
1	2	3	4	$\frac{2}{3}$			
1	2	3	$\frac{3}{4}$				

Sunt etiam Fractionum, vt vocant, Fractiones: ſiue Minutiæ Minutiarum: quæ rariùs occurrunt: Scribuntur autem per plures ſimplices minutias: vt $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$ ſignificant tres quadrantes ſemiſſis, vel dimidium dodrantis.

PELET. Scribuntur autem per plures ſimplices minutias) Sed vna harum duntaxat, per lineam ſcindetur: cæteræ interſectione carent: vt $\frac{3}{4}\frac{1}{2}$: Item $\frac{3\ 2\ 6}{4\ 3\ 7}$.

Item $\frac{3}{4}\big|\frac{2}{3}\big|\frac{6}{7}$, hoc eſt, tres quartæ duarũ tertiarũ ex ſex ſeptimis: hoc eſt Integri diuiſi in 7, cape ſex particulas: quas rurſus ſeca in tres: harum accipe duas: quas diuide in quatuor: tandem tres huiuſmodi ſignificantur particulæ.

Quotieſcunque igitur tales occurrerint, mox ad ſimplices reducito, priuſquam aliud quippiam cum illis agas, hoc pacto: Multiplica primum ſuperiorem in ſecundum, & ſi plures adſint, productum in tertium, ſummam ſuperiori loco ſcribe. Similiter, primũ inferiorem duc in ſecundum, productum in tertium: ſummam ſubſcribe priori ſummæ interpoſita lineola. vt in exemplis prioribus $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{2}$, faciunt $\frac{3}{8}$ tres octauas integri. Item $\frac{3}{4}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{6}{7}$, duc 3 in 2, exeunt 6, quæ duc in tertium, ſcilicet 6: fiunt 36, quæ pone hoc pacto $\underline{36}$: deinde 4 in 3. fiunt 12, quæ duc in 7, exurgunt 84: ea ſubſcribe ſub alijs ſic $\frac{36}{84}$ hoc eſt, triginta ſex octogeſimæ quartæ.

Fractiones quæ plus Integro valent, reduces ad

ad Integra, diuidendo Numeratorem per Denominatorem: Quotiens, integra valet: reſiduum ſupraſcribe Diuiſori ſiue Denominatori: vt $\frac{806}{7}$ *valent 115 & $\frac{1}{7}$.*

Integra contrà conuertes in partes, multiplicando numerum Integrorum per Denominatorem partiũ: Vt 64, reduces in quadrantes, ſi multiplicaueris 64 per 4, exurgunt $\frac{256}{4}$.

At ſi integris Minutiæ annexæ ſint, eas in vnam Fractionem ſic colliges: Multiplica Integrorum numerum per Denominatorem Fractionis annexæ: ꝑducto adiunge Numeratorem Fractionis annexæ: habes Numeratorem Fractionis, ſubſcripto eodem Denominatore, vt 23 & $\frac{2}{3}$, *valent* $\frac{71}{3}$. *Nam ter 23 valent 69, quibus adijcio 2. Hac res vſui eſt in Multiplicatione & Diuiſione, & Regulis ſequentibus, vt facilior fiat operatio.*

Cùm verò Fractionum numeri nihil ſignificent, niſi ſecundum proportionem ſuperioris ad inferiorẽ, fit vt pluribus numeris eadem res notetur: commodiſſimum tamen eſt, quàm minutiſſimis ſcribi numeris. Si igitur maioribus numeris ſcriptam Fractionem placet minutiſſimo quàm poteſt fieri numero exprimere: inquire numerũ quemcunque, qui ambos, ſuperiorem ſcilicet & inferiorẽ, ita exactè diuidat, vt nihil ſuperſit: Quotientes enim tales idem cũ priori ſignificant. Vt $\frac{9}{12}$ *diuide 9 per 3: exeunt 3:*

*Item 12 partire per 3: exurgunt 4. Dicimus igitur, $\frac{3}{4}$ idem valere cum $\frac{9}{12}$. Si verò ob imperitiam numerum hunc diuidentem non potes inuenire: aufer ergo minorem ex maiori, deleto illo à quo fit ſubtractio: rurſusq́ minorem propoſitorum à maiori, donec fiant duo numeri pares: Qui ſanè indicant numerum, per quem ambo diuidi habent, vt ad minimam deueniant proportionem. Iſtius rei doctrina pendet ex prima * ſeptimi Euclidis. Exempli gratia, $\frac{27}{81}$, aufero 27 ex 81, reſtant 54: hinc rurſus 27, reſtant 27. Si ergo diuidas vtrunque per 27, prodit $\frac{1}{3}$: quæ idem valet cum $\frac{27}{81}$: cùm ſit eadem proportio ſuperioris ad inferiorem. Item $\frac{27}{63}$ aufer 27 ex 63, reſtant 36: hinc aufer 27, reſtant 9: quæ aufer ex 27, reſtant 18: hinc deinde 9, reſtant 9. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9: videbis $\frac{3}{7}$ idem valere cum $\frac{27}{63}$.*

Hæc intelligatur καταμετρικῶς id eſt ſecundum diuiſionẽ: ſic erit via longè expeditior.

PELET. Diuide igitur $\frac{27}{63}$ per 9) intellige 27 diuidi debere per 9: & 63 itidem per 9.

Compendium. Si & ſuperiori & inferiori adſint initio Cyphræ, abijce illas: $\frac{200}{500}$ enim non plus valent nec minus quàm $\frac{2}{5}$: Et $\frac{300}{870}$ valent $\frac{30}{87}$. oportet enim vtrique æquè multas adimere Cyphras. $\frac{10}{20}$ valent $\frac{1}{2}$.

Fractionẽ redigere

Valorem Fractionis in quocunque Integro ſic inuenies, Multiplica ſuperiorem per partes integri notas

tas: productum partire per inferiorem: videbis quot huiuſmodi notas partes valeat Fractio. Vt quoniam priſcis Romanis Libra valebat 48 Aureos, quorum ſinguli æſtimati erant ad 25 Denarios: volo ſcire quantum valebant $\frac{3}{5}$ vnius Libræ. Multiplico igitur 48 per 3, fiunt 144: quæ diuido per 5: Colligo igitur 28 Aureos & $\frac{4}{5}$ Aurei: Ideoq́ rurſum multiplico 25 per 4, productumq́ diuido per 5, ſic colligo 20 Denarios. Vnde pronuncio, $\frac{3}{5}$ vnius Libræ apud Romanos, valuiſſe 28 aureos & 20 denarios. Eodem modo colliges & apud nos $\frac{3}{4}$ dimidij Angelati, (vt vocant) &c. quot ſolidos valeant. Multiplica 3 per 5, cùm tot ſint nummi, Solidi dicti, in dimidio Angelati, exurgunt 15: quæ partire per quatuor: habes 3 Solidos et $\frac{3}{4}$ Solidi. Iterum multiplica 3 per 12 Aſſes ſiue Stuferorum ſemiſſes, aut (vt noſtri vocant) Groſſos, quæ Solidum efficiunt: exurgunt 36: quæ partire per 4: habes 9 Groſſos. Similiter ſi alia propoſita ſit moneta, vel res quæcunq́ per valorem eius notum, agendum vt diximus. ad aliam denominationem.

Partes ad quãlibet denominationem ſic reducuntur: per Nominatorẽ reducẽdarũ, multiplica Denominatorẽ earũ, ad quas vis reducere: productũ partire per Denominatorẽ reducendarũ: prodibit Numerator tui Denominatoris. Vt, Si vis reducere $\frac{2}{3}$ ad Sextas, hoc eſt, ſcire quot ſextas contineãt duæ tertiæ: multiplica 6 per 2, fiũt 12, quæ partire per 3, fiũt 4, Numerator Sextarum. Igitur $\frac{2}{3}$ valent $\frac{4}{6}$. Itẽ re-

reducendæ ſunt $\frac{12}{16}$ ad Quartas, multiplica 12 per 4, fiunt 48: quæ diuide per 16, prodeunt 3, Numerator Quartarum. Itaque $\frac{12}{16}$ valent $\frac{3}{4}$. In reductione maiorum partium ad minores, quoties aliquid reliquum fuerit, id erit pars partis, habebitque prior Fractio Denominationem in recto caſu à maiorum partium Denominatore, qui Diuiſor fuerit: poſterior verò in caſu obliquo à Denominatore minorum. Vt, volo reducere $\frac{3}{5}$ ad Septimas, per 3 maiorum partium Numeratorem, multiplico 7, minorum partium Denominatorem: fiunt 21: quæ diuido per 5, maiorum partium Denominatorem: proueniunt $\frac{4}{7}$ & $\frac{1}{5}$7: hoc eſt, quatuor Septimæ & vna Quinta vnius Septimæ. Itidem in reductione minorum partium ad maiores, Fragmentum fragmenti ſumet denominationem in caſu recto à minoris fragmenti Denominatore, per quem fit diuiſio: alterum verò in obliquo à Denominatore maioris. Vt ſi $\frac{7}{8}$ ad Quinta reducere velis, duc 7 in 5: fiunt 35: hæc diuide per 8, prodeunt $\frac{4}{5}$ & $\frac{3\ 1}{8\ 5}$: hoc eſt, quatuor Quintæ cum tribus Octauis vnius Quintæ.

Reductio ad eandem Denominationem.

Partes variæ Denominationis non poſſunt commodè adinuicem addi, neque ab inuicem auferri: vt tertiæ partes cum quartis partibus: quemadmodum diuer-

uerſorum numiſmatum numeros in vnam ſummam non colligimus. Oportet igitur ante Additionem & Subductionem, partes varie denominatas ad eandẽ Denominationem reducere: Quod ſic fit:

Sint exempli grati, $\frac{2}{3}$ addenda cum $\frac{4}{5}$, Multiplica Denominatores inuicem: vt 3 in 5, fiunt 15: qui erit Denominator communis vtriuſq; Fractionis. Deinde duc Numeratorem primæ Fractionis in Denominatorem ſecundæ: ſcilicet 2 in 5, fiunt 10: prodit Numerator primæ Fractionis. Itidem duc Numeratorem ſecundæ in Denominatorem primæ, ſcilicet 4 in 3: fiunt 12, Numerator ſecundæ Fractionis. Igitur $\frac{2}{3}$ & $\frac{10}{15}$ idem valent: ſimiliter $\frac{12}{15}$ cum $\frac{4}{5}$. Ac iam ſunt reducta in eandem Denominationem, ſcilicet decimasquintas. Atq; hic Canõ generalis eſt, habetq; ſuum robur ex 17 ſeptimi Euclidis.

Praxis. $\frac{2}{3}$ X $\frac{4}{5}$

Valent

$\frac{10}{15}$ $\frac{12}{15}$

Si fortè Denominator alterius continetur aliquoties exactè in altero Denominatore maiore, vide quoties id fiat: Vt $\frac{3}{4}$ cum $\frac{5}{12}$, hîc 4 in 12 cõtinẽtur ter: ergo per 3 multiplica Numeratorem Denominatoris minoris, ſcilicet 3, fiunt 9: quæ pone pro numeratore,

ratore, ſubſcripto maiore Denominatore. Dico igitur $\frac{9}{12}$ idem valere cum $\frac{3}{4}$: & iam habere eandem Denominationem cum $\frac{5}{12}$. Rurſus ſi alter alterum non contineat aliquoties exactè, attamen ambo in tertio continentur numero, Vt $\frac{5}{12}$ cum $\frac{7}{18}$ hic 12 & 18, ſe mutuò non continent exactè, ſed vterque continetur in 36: Tum vide quoties prior Denominator continetur in tertio, 36: & per Quotientē multiplica Numeratorem eiuſdem Fractionis, ſcilicet 5 per 3: fiunt 15, Numerator prioris Fractionis. Simili ratione vide quoties alter Denominatorum continetur in tertio, ſcilicet 18 in 36: per quotientem, 2 ſcilicet, multiplica Numeratorem alterius Fractionis, 7: exurgunt 14, Numerator alter ſeruato tertio numero, 36, pro Denominatore communi. Fient itaque $\frac{5}{12}$ & $\frac{7}{18}$. $\frac{15}{36}$ & $\frac{14}{36}$.

$\frac{3}{4}$	$\frac{5}{12}$
Valent	
$\frac{9}{12}$	$\frac{5}{12}$

$\frac{5}{11}$	$\frac{7}{18}$
Valent	
$\frac{15}{36}$	$\frac{14}{36}$

Additio Minutiarum.

Si Denominatores ſint diſsimiles, reduc eos ad eundem Denominatorem: deinde adde in vnam ſummam Numeratores, ſubſcripto Denominatore communi. Vt $\frac{2}{7}$ & $\frac{3}{7}$ efficiunt $\frac{5}{7}$. Item $\frac{3}{4}$ & $\frac{5}{12}$ faciunt $\frac{14}{12}$. Si plures ſint Fractiones, adde primum duas: ſummæ

ſummæ adda tertiam. Vt $\frac{2}{3}$ & $\frac{3}{4}$ cum $\frac{4}{5}$: primùm $\frac{2}{3}$ cum $\frac{3}{4}$ faciunt $\frac{17}{12}$: cum his iunge $\frac{4}{5}$: fiunt $\frac{133}{60}$, hoc eſt, 2 Integra & $\frac{13}{60}$.

Subtractio.

Vt in Additione, fac ſint ſimiles Denominatores: tum aufer Numeratorem minorem ex maiori: reſiduo ſubſcribe Denominatorem eundem. Vt $\frac{3}{7}$ ex $\frac{6}{7}$ reſtant $\frac{3}{7}$: Item $\frac{7}{28}$ ex $\frac{5}{12}$ reſtant $\frac{1}{6}$.

Minutias ex Integris auferendi modus.

Fractiones ex Integris auferes, ſi priùs vnitatem integri fregeris in partes: Vt $\frac{3}{7}$ ex 9 Integris, reſtāt 8 | $\frac{4}{7}$. Nam vnum Integrum valet $\frac{7}{7}$: deinde aufero $\frac{3}{7}$, reſtant $\frac{4}{7}$ cum 8 Integris.

Multiplicatio.

Duc Numeratorem in Numeratorem: & Denominatores ſimiliter in inuicem: quod ex multiplicatione Numeratorum prouenerit, erit Numerator: reliquum ex multiplicatione Denominatorū, Denominator. Vt $\frac{5}{7}$ per $\frac{3}{4}$ multiplicando, proueniunt $\frac{15}{28}$.

Si Fractiones in Integra ducere placuerit, duc Integra

tegra in Numeratorem Fractionis, ſubſcripto eiuſdem Denominatore. Vt $\frac{5}{12}$ ducendo in 20, producunt $\frac{100}{12}$, hoc eſt 8 $\frac{1}{3}$.

Diuiſio.

Multiplica Numeratorem diuidendi numeri per Denominatorē Diuiſoris: prouenit Numerator: contrà, Denominatorem diuidendi per Numeratorem Diuiſoris, exurgit Denominator. Veluti diuidenda ſunt $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$: duc 2 in 5: fiunt 10: Similiter 3 in 4, efficiunt 12. Sunt ergo $\frac{10}{12}$, ſiue $\frac{5}{6}$.

PELET. Multiplica Numeratorē diuidēdi, &c.) Vt commodiùs & faciliùs opereris in Diuiſione Partium, mutandus eſt Numerator Diuiſoris in Denominatorē: deinde eodē modo operandū vt in Multiplicatione. Vt ſi diuidantur $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$ ſic ſtabit Exemplum. $\frac{2}{3} | \frac{5}{4}$: duc 2 in 5 fiunt 10, Numerator: pòſt 4 in 3: fiūt 12, Denominator. Diuiſis ergo $\frac{2}{3}$ per $\frac{4}{5}$, proueniunt $\frac{10}{12}$.

Si Denominatores ſunt ſimiles, diuide Numeratorem diuidendi per alterum. Vt $\frac{27}{32}$ diuidens per $\frac{3}{32}$ produces 9.

PELET. Si Denominatores ſunt ſimiles, diuide Numeratorem diuidendi per alterum.) Hoc eſt, ex Numeratore Diuidendi fac Numeratorem, ex Numeratore Diuidentis fac Denominatorem. Vt $\frac{4}{12}$ per $\frac{2}{12}$, diuide 4 per duo, hoc pacto $\frac{4}{2}$,

Si

Si Numeratores fuerint pares, tunc Denominatorem Diuiſoris ſuperſcribe Denominatori diuidendi. Vt $\frac{3}{4}$ per $\frac{3}{8}$ faciunt $\frac{8}{4}$, hoc eſt, 2. Contrà, $\frac{3}{8}$ per $\frac{3}{4}$, efficiũt $\frac{4}{8}$, ſiue $\frac{1}{2}$. Si alter Numeratorũ alterũ aliquoties cõtinet, per illũ Quotientẽ multiplica Denominatorẽ minoris Numeratoris, ꝓductũ erit Numerator, ſi minor Numerator fuerit Diuiſoris: ſi diuidẽdi, Denominator: reliquus numerus qui minutias perficiet, erit Denominator maioris Numeratoris. Exẽpli gratia, $\frac{3}{5}$ diuidendæ ſunt per $\frac{12}{13}$: quoniam 3 in 12 continentur quater, multiplica 5 per 4: ſunt 20 Denominator, Numerator verò 13, & proueniunt $\frac{13}{20}$. Contrà, ſi $\frac{12}{13}$ diuidas per $\frac{3}{5}$, exurgunt $\frac{20}{13}$.

$\frac{3}{5}$ per	$\frac{12}{13}$
fiunt	$\frac{13}{20}$
Sed	
$\frac{12}{13}$ per	$\frac{3}{5}$
fiunt	$\frac{20}{13}$

Huiuſmodi plura licet inuenire compendia: ſed diſcentibus hæc ſufficiant. Si vel Integra per Fractiones, aut contrà, has per illa diuidere placeat: ſubſcripta Integris vnitate, operare tum multiplicando, tum diuidendo, ac ſi fractiones eſſent, Vt 7 per $\frac{3}{4}$ diuidendo, exeunt $\frac{28}{3}$ hoc eſt 9 $\frac{1}{3}$ Contra $\frac{3}{4}$ per $\frac{7}{1}$ diuidens, elicies $\frac{3}{28}$. Si Integra cum Fractis occurrant, ea primùm in vnam Fractionem reducito per Canones Reductionum.

REGVLA TRIVM IN minutijs.

Collocatis (vt paulò ante Fractionum tractatum docuimus) tribus numeris: vt quartum elicias ignotum, Multiplica tertium in ſecundum: productũ diuide per primum: producetur quæſitus & ignotus numerus: obſeruatis omnibus quæ illic obſeruanda diximus.

Exempli gratia, $\frac{3}{4}$ *vlnæ veneunt* $\frac{2}{3}$ *aureis, quãti emam* $\frac{5}{6}$ *vlnæ? Multiplica* $\frac{5}{6}$ *per* $\frac{2}{3}$*: proueniunt* $\frac{10}{18}$*, ſiue* $\frac{5}{9}$*: has diuide per* $\frac{3}{4}$*: exurgunt* $\frac{20}{27}$*. Quantum verò hæ valeãt in vnoquoq; genere, docuimus anteà inueſtigare. Si aliquo loco fuerint integræ ſolæ: ipſis ſubiecta vnitate, ſimilis erit operatio cum Minutijs. Veluti* $\frac{10}{1}$ *vlnæ emuntur* $\frac{12}{1}$ *aureis, quanti* $\frac{3}{4}$*? Multiplica* $\frac{12}{1}$ *per* $\frac{3}{4}$*: erunt* $\frac{36}{4}$*, ſiue* $\frac{9}{1}$*: quæ diuide per 10: erunt* $\frac{9}{10}$ *aurei.*

Si Fracta cum Integris occurrãt, ea ad vnam Fractionem reducito per regulas Reductionum.

Si verò res plures concurrant vno in loco, Veluti ſi vno anno cum tribus menſibus & tribus hebdomadis, expendo 200 aureos, quantum debeo pro 7 menſibus? Tũ omnes illas res reducito ad minimã omniũ. Veluti hoc in loco ad hebdomadas: ſumẽdo ꝓ anno 52 hebdomadas, ꝓ trib. mẽſibus, 12. quibus adiunge 3, fient 67 hebdomadæ. Simili ratione fac ex 7 mẽſib. 28 hebdomadas: Ac tum reliqua perfice pro regulæ forma.

RE-

REGVLA TRIVM euerſa.

IN præcedentibus omnibus exemplis ac alijs infinitis, ſemper ea eſt ratio quarti numeri ad tertiũ, quæ eſt ſecundi ad primum. Atq; ideò quanto tertius maior fuerit, tanto & quartus. In quibuſdam verò exemplis, contraria penitus ratio eſt: ita vt quanto tertius maior fuerit, tanto quartus minor euadat. Veluti ſi modius tritici væneat 5 aureis, tum pẽdet panis vnius Stuferi, quatuor Libris: quæſtio eſt, quantum deprimet panis eiuſdem precij, dum eadem menſura tritici valet tantùm 3 aureos?

Veluti ſi modius tritici væneat, &c.) Hęc poſitio nõ conuenit authoris propoſito: ſed oportuit maius precium modij ponere in fine quæſtionis, hoc pacto: ſi modius tritici væneat 8 groſsis, tum pendet panis vnius Groſsi 6. Libris. quantum deprimet panis eiuſdem precij, dum eadem menſura tritici valebit 12 Groſſos? Nam in hac poſitione quanto pluris venibit triticum, tanto plus deprimet panis, manẽte eodẽ precio ipſius. Si enim ſic ſtatuamus 8, 6, 12, multiplicatis 8 per 6, fiunt 48; quibus diuiſis per 12. fiunt 4 Libræ, quibus pẽdebit panis. Vel ſic quærendum fuit, Si modius tritici valeat 8 Groſſos, tum pendet panis vnius Groſsi 6 Libris, quanto plus pendebit panis eiuſdem precij dum eadem menſura tritici vænit tantùm ſex Groſsis? Hic quanto minoris vænit triticum, tanto plus pendebit panis. Sic igitur ſtabit formula, 8, 6, 6: multiplica primum per medium, fiunt 48: quæ diuide per vltimum: exeunt 8 Libræ: tantum pendebit panis vnius Groſsi. PELET.

Item, Emit quidam 20 vlnas panni latitudinem habentis 2 vlnarum: in quæſtionem vocatur, ſi velit ſubducere aut tunicas, aut aulæa: quot vlnis opus ſit alterius panni, habentis latitudinem trium vlnarū. Vides manifeſtè in priori exemplo, quanto minoris venit triticum, tanto plus deprimet panis. Atque in altero, quanto latius fuerit alterum panni genus, tanto minus opus habes ad ſubducendum.

Simile eſt huic, Quidam obſeſſus exercitus 3000 militum, habet quo viuat ad 7 menſes: verùm ſpes nulla eſt ſolutionis obſidionis ante annum: quæſtionem ergo moueo, quot milites dimittet Dux, vt reliquis ſufficiat ad anni calcem, & quot ſecum retinebit? Nam & hîc quanto longius tempus fuerit, tanto minori militum numero ſufficiet victus.

In his ergo atque ſimilibus, vt eſt Euerſa ratio, ita contrarius operandi modus. Multiplica ergo primum in ſecundum: productum diuide per tertium. Vt in tertio exēplo, duc 7 menſes in 3000, prodeunt 21000: quæ diuide per 12 menſes, hoc eſt, annum: exurgunt 1750 milites, quibus tantùm ſufficiet victus idem ad annum. Reliqua ſunt facilia.

PARS

PARS TERTIA DE REGVLIS VVLGAribus.

EX vna hac Regula (quam verè auream licet appellare) multæ diuerſæq; Regulæ, ſiue Canones operandi, tanquam rami ex trunco, oriuntur: adeò vt in omnibus ferè quæſtionibus locum habeat, ac omnes Canones huic innitantur, tanquam fundamento ſeu baſi: Quarum vna eſt Regula Duplex: quam ex tali exemplo intelliges. Pro 20 Libris cuiuſuis mercis, aduectis per 30 milliaria, ſoluendi ſunt 4 aurei: quantum pro 50 Lib. aduectis per 40 milliaria? Si hîc diligenter obſerues qui numeri ſibi mutuò reſpondeant nomine & re: & qui primi, quis medius: & duas operationes inſtitueris ſecundum Regulam Proportionum: facilè quæſtioni ſatisfiet. Semper autem numerus ex priori operatione productus, medius erit in poſteriori quæſtione. Vt 20 Libræ dant 4 aureos, quantum 50 Libr. faciunt 10 aureos. Rurſus dic, 30 miliaria dant 10 aureos, quantum 40 miliaria? faciunt 13 $\frac{1}{3}$ aureos. Item, 25 aureorum, in 4 annis, lucrum eſt 8 aurei: quantum lucrabuntur 100 aurei in 10 annis? Dic, 25 aurei dant 8, quantum 100? fiunt 32. Dic rurſus, 4 anni dant 32, quantum 10? facit 80 aureos. Item, 6 aurei lucrantur 8 aureos in 10 annis, in quot annis lucrifa-

Regula Duplex.

 cient

cient 3 aurei 12 aureos? Hîc diligenter nota priorem operationem debere fieri per Regulam Trium euerſam. quantò enim minor ſors fuerit, tanto maiori opus eſt tempore pro lucro æquali. Dic igitur 6 aurei dant 10 annos, quot tres aurei? multiplica primum in medium, &c. fiunt 20. Rurſus dic, 8 aurei acquiruntur 20 annis, quot annis 12? facit 30. Hîc vide, ne confundaris aureorum appellatione, cùm aliquando ſortem, aliquando lucrum ſignificant: oportet autem idem ſignificari primo & tertio Regulæ loco, vt antea docuimus. Equi 7 edunt 12 menſuras auenæ diebus 20, quot edent 14 equi 15 diebus? Dic, 7 equi edũt 12, quantum 14? facit 24. Rurſus, 20 diebus edũtur 24, quantum 15? facit 18 menſuras, Medimnos puta, aut quoduis genus menſuræ.

PELET. Equi ſeptem) in hac Quæſtione non habet locũ Euerſio Regulæ: quæ vt locum habeat, ſic poteſt fieri Quæſtio: Equi 7 edunt 12 menſuras auenæ 20 diebus, quot diebus, 14 equi edent 15 mẽſuras? Dic, 7 equi dant 20 dies, quot dies dant 14 equi? multiplica primum per ſecundum, fiunt 140. hæc diuide per tertium fiunt 10. Rurſus, 12 menſuræ dant 10 dies, quot dant 15 menſuræ? Vtere directa operandi forma: prouenient $12\frac{1}{2}$.

Simile eſt: 10 meſſores demetunt 15 iugera tempore 7 dierum, quot diebus 16 meſſores demetent 20 iugera? Verùm hîc rurſus prior operatio fiat per regulam euerſam: quoniam quanto plures meſſores, tanto minori tempore opus fuerit. Dic igitur, 10 meſſores opus habent tempore 7 dierum, quanto 16 meſſores? mul-

multiplica 10 per 7, fiunt 70: diuide per 16. fiunt 4 $\frac{3}{8}$ dies. Rurſus dic, 15 iugera exigunt 4 $\frac{3}{8}$ dies, quot 20 iugera? operare per Canonem, inuenies 5 $\frac{5}{6}$ dies, hoc eſt, quinq; dies & 20 horas. Vide operationem ſequentem.

10. 7. 16.	*Secunda operatio.*
10.	15. | 4 $\frac{3}{8}$ | 20
70.	20
16(4 $\frac{3}{4}$	$\frac{700}{8}$ *diuidenda per* $\frac{15}{1}$
	$\frac{700}{120}$ *hoc eſt,* 5 $\frac{5}{6}$

REGVLA CONSORTII, SIue, vt dicunt, Societatis.

QVatuor mercatores inito conſortio, lucrati ſunt 3000 aureorum: ſed primus attulit tantùm 30 aureos, ſecundus 50, tertius 60, quartus 100: in quaſtionem vocatur, quantum cedere debeat vnicuiq; ex lucro, pro pecunia ſorti commiſſa. Hæc Regula parum etiam aut nihil differt à regula Trium. Collige enim omnium pecuniam collatam, in vnam ſummã, per Additionem, Veluti 30, 50, 60, & 100, efficiunt 240 aureos. Iam dic 240 aurei lucrati ſunt 3000 aureorum, quantum 30 lucrantur? Operare ſecundum Regulæ morem: ſic colliges lucrum primi, 375 aureorum. Rurſus pro ſecundi lucro, dic, 240 lucrantur

tur 3000, quantum 50? ac ſic pro ſingulis vnam conſtitues Regulam Trium, vt ſemper primus ſiue Diuiſor ſit ſumma pecuniæ omnium, medius lucrum, tertio loco pro ſingulis ipſorum collocabis ſortem. Habebit igitur primus 375, ſecundus 625, tertius 750, quartus 1250: quorum ſumma 3000 efficit. Huius Regulæ ratio accipitur ex 12 ſeptimi Euclidis.

Ecce operationem.

240 3000 Diuiſor	30		375
	50		625
	60	Fiunt	750
	100		1250
	240		3000

Similis ratio eſt in iactura, qualis in lucro. Vt ſi naui fracta, eiectæ ſint merces in mare: omnes qui conſortium ineunt; ex æquo damnum ferent pro diuerſo precio mercium ſingulorum: Vt ſi primi merces valebant 300 aureos, ſecundi 400, tertij 500: eiectæ verò ſint merces 100 aureorum, amittet primus 25, ſecundus $33\frac{1}{3}$, *tertius* $41\frac{2}{3}$ *& cuius merces eiectæ fuerint, is pecuniam à reliquis accipiet. Eiuſdem omninò generis eſt quæſtio: Tres emerunt 1000 Libras Cinnamomi pro 300 aureis: primus capit 200. Lib. ſecundus 350. Lib. tertius 450. Lib. quantum ſoluet quilibet? Si enim dicas, 1000 Lib. valent 300 aureos, quantum*

tum 200 Lib? item quantum 350? ac tertiò quantum 450? ac tribus operationibus Regulæ Trium completis: ſoluet primus 60 aureos, ſecundus 105, tertius 135.

DE INTERCAPEDINE temporis diuerſa in Conſortio.

Tres mercatores conſortio inito, lucrati ſunt 2345 aureos: verùm primus ſuam pecuniam, ſcilicet 40 aureos, poſt 14 menſes repetijt: ſecundus, 50 poſt 8 menſes: tertius attulit per 6 menſes, 85 aureos: quæſtio eſt, quātum cedet ſingulis cùm pro ratione pecuniæ, tum temporis etiam? Hæc etiam Regula breuiter ad Regulam Trium ſic reducitur: Medius erit, vt prius, lucrum: tertius, vniuſcuiſque pecunia per tempus ſuum multiplicata. oportet enim proportionem lucri, compoſitam eſſe ex proportione pecuniæ & temporis. Vnde pecuniæ ſingulorum per ſuum quæq; tempus, ſeruabunt in productis vtranq; rationem & pecuniæ & temporis: vt ex 5 octaui Euclidis patet. Ponemus ergo pro primo 560, pro ſecundo 400, pro tertio 510: prius ſumma horum trium per additionem collecta: veluti 1470. Operare iam ſecundum Regulam Conſortij: habebit primus $893\frac{1}{3}$, ſiue $\frac{7}{21}$ pro ſecundo $638\frac{2}{21}$: tertius $813\frac{12}{21}$, ſiue $\frac{4}{7}$, Vide tamen vt tempus vniuſcuiuſq; ſit eiuſdem denominationis, & ſimiliter pecuniæ. Sequitur operandi formula.

1470.	2345.	560		$893\frac{1}{3}$
		400	ſurgunt	$638\frac{2}{21}$
		510		$813\frac{4}{7}$
		1470.	ſumma	2345

Huic ſimile eſt, Tres lucrati ſunt communi ſorte 1000 aureos: primus attulit 30 aureos per nouem menſes, ſecundus 70 aureos, tertius 100 aureos: quærit aliquis, quanto tempore duorum poſteriorum pecunias oporteat eſſe in vſu communi, vt primus habeat 500 aureos, ſecundus 300, tertius 200. Quoniam enim oportet tempus multiplicari per pecuniam, vt in præcedenti Quæſtione declarauimus, duc 30 aureos in 9, fiunt 270, Iã dic, 500 aurei quos accipit primus, valẽt 270, quantũ 300, quos accipit ſecũdus: operare ſecundũ Canonẽ, exibunt 162: tantũ oportet conficiat pecunia ſecundi multiplicata per ſuũ tempus. Si ergo diuidas 162 per 70: inuenies tempus, ſcilicet duorum menſium & $\frac{1}{3}\frac{1}{5}$ menſis. Tertij ſimiliter tẽpus inuenitur menſis 1 $\frac{2}{2}\frac{}{5}$.

Canonici 12 & Capellani 20 diuidunt ſingulis annis 3000 aureorum, ea lege, vt Canonicorum ſinguli quinos recipiant, quoties Capellanus 4, quantũ ergo debetur ſingulis? Hic vt antè dictum, multiplica numerum perſonarum per numerum vices notantẽ: ſcilicet 12 per 5: fiunt 60: & 20, per 4, fiunt 80: ea adde, fiunt 140. Iam dic, 140 dant 3000, quãtum 60? & quantum 80? Itaque inuenies pro Canonicis omnibus

1285

1285 $\frac{5}{7}$ aureos: pro Capellanis 1714 $\frac{2}{7}$. Quantum verò ſinguli recipiant, diuiſio indicat.

140	3000.	60		1285 $\frac{5}{7}$
		80	ſiunt	1714 $\frac{2}{7}$
		140	ſumma	3000

Titius ab obitu relinquens vxorem grauidam, legauit ei, ſi filiam pareret, $\frac{1}{2}$ bonorum, quæ valebant 3600 aureos: filiæ, tertiam partem: At ſi maſcula gauderet prole, obtineret mater tertiam partem, filius dimidiam. Peperit autem & maſculum & fœmellam vno partu. Quæritur quæ ſit portio vniuſcuiuſque horum, vt teſtatori ſatisfiat? Primùm vide teſtatoris animum: qui voluit vt filia minimam acciperet partem, filius maximam. Quare igitur numerum in tales partes diuiſibilem, quales aſsignantur, ſcilicet 2 & 3 veluti 6: horũ dimidiũ valet 3: item $\frac{1}{3}$ valet 2. Vides ergo partes bonorũ ſe debere habere, vt 2 & 3: hoc eſt, dũ filia 2 aureos habet, tũ matri 3 debentur. Et ſi mater 2 habet, filio debentur 3: Ergo ꝑ Regulã Triũ, ſi filia accipit 4, matri debentur 6, & filio 9. Hos autem tres numeros per proportionem continuam ſeſquialteram, de qua poſteà dicemus, facilius inuenies. Nunc ſufficiat noſſe, oportere adſignari tres numeros, tali ſe habentes ratione ſicut $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: & tales ſunt 4, 6, 9: nam 4 ſunt $\frac{1}{3}$ de 12: quorum 6, ſunt $\frac{1}{2}$. Item 6, ſunt $\frac{1}{3}$ de 18: quorum 9, ſunt $\frac{1}{2}$. His inuentis, operare per Regulam Conſortij: Adde 4, 6, 9

ſiunt 19, Dic, 19 accipiunt 3600, quantum accipiet 4? quantũ 6? & quantũ 9? Et facta p̄ ſingulis vna operatione, cedẽt filiæ, 757 $\frac{17}{19}$ aurei: matri verò, 1136 $\frac{16}{19}$ aurei: filio, 1705 $\frac{5}{19}$ aurei.

PELET. Dic 19 accipiunt 3600, &c.) Poſſumus etiam teſtatoris mentem ſic interpretari, vt mater, filius, & & filia, ſemiſſem & tertiam partem dũtaxat bonorum inter ſe diuidant: quæ ſimul additæ, efficient 3000 aureos. Dic ergo, 19 diuidit 3000, quantum accipiet 4? quantum 6? & quantum 9? habebit filia 631 $\frac{11}{19}$: mater, 947 $\frac{7}{19}$, filius verò 1421 $\frac{1}{19}$: Reſtabũt autem ex tota hæreditate 600 aurei inter æteros hæredes, ſiqui ſint, diuidendi.

Tribus prolibus relicti ſunt ex teſtamento, vel alio quouis modo, 7851 aurei, ea lege vt prima cedat $\frac{1}{2}$: alteri, $\frac{1}{3}$: tertiæ, $\frac{1}{4}$. Hoc ſimile eſt cum priori: pro partibus enim incertis, ſtatue partes certas alicuius numeri, qui ita ſit diuiſibilis, ſcilicet in 2, 3, & 4. Eum numerum ſi quando inuenire neſcias, duc eos in inuicem, quos Diuiſores eſſe vis, vt 2 in 3 reddunt 6, ea in 4, faciunt 24: is numerus eſt quem quærim⁹. At ſi tuo Marte potes talem inuenire, ſiue maiorem, ſiue minorem, nihil refert: quemadmodum in noſtro propoſito, 12 diuidi poßunt per 2, 3, & 4. Diuide igitur & repone pro prima prole 6, tanquam $\frac{1}{2}$: pro ſecunda, 4, ſcilicet $\frac{1}{3}$: pro tertia 3, quæ ſunt $\frac{1}{4}$ ex 12. Cum his partibus 6, 4, 3, progredere per Regulam

Ex vltima propoſ. li. 7 Euclid.

Con-

Cõſortij, vt ſupra. Erit Diuiſor 13: eritq́ prima portio 3623 $\frac{7}{13}$, ſecunda, 2415 $\frac{9}{13}$, tertia, 1811 $\frac{10}{13}$.

Numerum minimum qui quaſcunque partes de- **PELET.**
nominantes contineat, reperies: Multiplica primũ
Denominatorem in ſecundum: qui ſi inuicem pri-
mi fuerint, hoc eſt, ſi nullum numerum communem
habeant, qui ipſos numeret præter vnitatem, nume
rus ex multiplicatione productus erit minimus, qui
ipſos Denominatores contineat. Si verò alius præ-
ter vnitatem numerus ipſos numeret, ex vtroque
elice numerum proportionis minimum per doctri
nam ab authore traditam in Canone Reductio-
num: ac vide quoties hic numerus in vtroque
Denominatorum habeatur: Quotientes, vt
vocant, ſubnota: ac per horum minorem mul-
tiplica maiorem Denominatorem, aut per ma-
iorem, multiplica minorem Denominatorem,
in modum crucis obliquæ, quam D. Andreæ vocãt;
proueniet numerus minimus ipſos Denominato-
res continens. Deinde productum numerum con-
fer eodem modo cum Denominatore ſequenti: ex
vtroque elice numerum proportione minimum:
per minorem quotientem, multiplica maiorem nu
merum: aut minorem per maiorem, quod idem
eſt: productum erit quæſitum: ſicque continuandũ
vſque ad vltimum Denominatorem: numerus vlti
mò repertus, erit minimus, qui omnes has partes
denominantes complectatur. Exemplum. Quæren
dus eſt numerus minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ con
tineat. Multiplica primùm denominatorem, 2 ſcili-
cet, in ſecundum denominatorem, 3: fiũt 6. Et quia
2 & 3 ſunt inuicem primi, 6 erit minimus numerus
qui

qui $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ contineat. Poſtea confer numerum productum, nempe 6, cùm tertio Denominatore 4: Et quia in vtroq; binarius eſt proportione minimus, in 4, bis: in 6, ter contentus: multiplica 6 per 2, vel 4 per 3: exurgunt 12, numerus minimus, qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ contineat. Poſtea confer 12 cum quarto denominatore, 5 ſcilicet. Et quia ſunt contra ſe primi, numerus ex ipſorum multiplicatione conſurgens, vtpote 60, erit numerus minimus, qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, & $\frac{1}{5}$ complectatur. Demum confer 60 cum 6, quinto Denominatore: Et quoniam ſenarius continet vnitatem ſexies, 60 toties denarium: multiplica 6, denominatorem per 10, vel 60 per 1: manēt ipſa 60, numerus quęſitus: nempe minimus qui $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$ & $\frac{1}{6}$ comprehendat: hoc eſt, infra hunc numerum non reperietur alius qui ab omnibus in Denominatoribus exactè diuidi poſsit. Item, Volo minimum numerū ab his numeris 4, 10, 16 numeratum: Numerus proportione minimus inter 4 & 10 eſt 2: in 4, bis: in 10, quinquies contentus: multiplico 4 per 5, aut 10 per 2: fiūt 20. Rurſus 4 in 20, ſunt quinquies, in 16, quater: per 4 multiplico 20, aut 16 per 5: fiunt 80, numerus minimus qui hos tres numeros 4, 10, 16 exactè contineat.

Quatuor extruxerunt ædes pro 3000 aureis, ſoluet primus $\frac{1}{2}$ cum 6 aureis, ſecundus $\frac{1}{3}$ cum 12 aureis, tertius 8 aureos minus q̃ $\frac{2}{3}$, quartus $\frac{1}{4}$ cū 20 aureis: quantū ſoluent ſinguli? In huiuſmodi exemplis, primùm quod ſupereſt vltra portiones ſtatutas, aufer ex ſumma diuidenda: quod deeſt, adde: vt pro primo

au-

aufer 6: pro ſecundo, 12: & pro quarto, 20: Sũma horũ valet 38 aureos: Sed pro tertio adde 8. Aufer igitur 38 ex 3000, reſtãt 2962: quibus rurſus adde 8, fiũt 2970.

Hanc ſummam diuide per Regulam Conſortij, vti in præcedenti docui, quærens numerum diuiſibilem in 2, 3, & 4, ſcilicet 12: & ponens pro primo, 6: pro ſecundo, 4: pro tertio, 8: pro quarto, 3: quæ coniũcta, efficiunt 21: hic diuiſor eſto, ac primus numerus: medius, 2970, tertius, 6, 4, 8, 3. Inuenies ſic ꝑ primo, 848 $\frac{4}{7}$: pro ſecundo, 565 $\frac{5}{7}$: pro tertio, 1131 $\frac{3}{7}$: pro quarto, 424 $\frac{2}{7}$. Sed iam adde primo ſuas 6, fiunt 854 $\frac{4}{7}$. Item ſecundo, 12: fiunt 577 $\frac{5}{7}$: tertio adime 8 aureos, reſtant 1123 $\frac{3}{7}$: quarto adde 20, exurgunt 444 $\frac{2}{7}$. horũ ſumma facit 3000 aureos, q̃ erat ſũma diuidẽda.

21	2970	6		854	$\frac{4}{7}$
		4		577	$\frac{5}{7}$
		8	fiunt	1123	$\frac{3}{7}$
		3		444	$\frac{2}{7}$

Sunt tamen qui alia via hoc in loco incedant, auferentes & addentes non ſummæ diuidendæ, ſed ſingulorum partibus poſitis. Sed rationem hanc falſam eſſe demonſtrare poſſem, niſi longum nimis eſſet: vt facilè patet poſitis alijs aut maioribus, aut minoribus numeris pro ſingulis.

Tribus partiendi ſunt 450 aurei, ita vt primus $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$ accipiat: ſecundus, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{3}$: tertius, $\frac{1}{4}$ & $\frac{1}{5}$, quan-

quantum accipient ſinguli? Primùm adde ſingulorum partes, ſcilicet $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: ſiunt $\frac{5}{6}$ pro primo: pro ſecundo, $\frac{7}{12}$: pro tertio, $\frac{9}{20}$. Iam quære numerum diuiſibilem in 6, 12, & 20, ſcilicet 60: huius $\frac{5}{6}$, ſunt 50: quod cognoſces diuidendo numerum illum inuentum, ſcilicet 60, per Denominatorem, & productum multiplicando per Numeratorem $\frac{7}{12}$, valent 35: $\frac{9}{20}$, valent 27. Cum his procede per Regulam Conſortij: habebit primus 200 $\frac{50}{56}$: ſecundus, 140 $\frac{35}{56}$ tertius, 108 $\frac{27}{56}$.

112	450	50.		200	$\frac{25}{28}$
		35.	ſiunt	140	$\frac{5}{8}$
		27.		108	$\frac{27}{56}$

Ad ſimilitudinem horum, multa poterit quiuis effingere exempla, ac dubia eorum ſoluere: qualia ſunt quæ ad Regulam quam vocant Alligationis, attinent: quam breuibus explicabimus aliquot exemplis.

REGVLA ALLIGAtionis.

OEnopola quadruplex habet vinum: primi Amphora valet 7 groſſos: ſecundi, 9 groſſos: tertij, 10 groſſos: quarti precium eſt 12 groſſorum. Vult ex quatuor

quatuor generibus miſcere 300 Amphoras, ea lege, vt qualibet valeat 11 groſſos: quærit quantum vniuſcuiuſq; capiet? Hæc vt faciliùs capias, finge primum duo vinorum genera miſcēda ad conſtitutum preciū. Quòd ſi tum alterum genus valore tantum ſuperet precium conſtitutum, quātum reliquum abeſt: tum vtriuſque æquales portiones commixtæ, efficient precium conſtitutum. Sin verò alterius vini precium bis tantò ſuperet precium conſtitutum, quantò altero ſuperatur: tum cum vna menſura carioris vini, duæ menſuræ vilioris commiſcendæ eſſent: ſicq; exceſſus defectusq; compenſaretur. Vnde colligitur, ſecundum exceſſuum & defectuum proportionem commiſcendas eſſe varias vinorum menſuras: idq; permutatim, vt iam propoſita ratio docuit. Hinc Regula talis confecta eſt: Pone ordine precium vinorum, vti in exemplo vides, facto initio à minoribus ad maiora: ac illis præſcribe precium commixti vini: quod hoc loco Medium appellabimus, quanuis medium non ſit exactè. Deinde confer vnumquodque minus precium ad medium & maius, ita vt exceſſum medij ſupra minus adſcribas maiori: maioris exceſſum ſupra medium adſcribas minori. Vt in noſtro Exemplo, quia tātùm vnum eſt precium maius, ad illud adſcribas oēs exceſſus Medij ſupra minora: vnicuiq; verò minorum eundem exceſſum maioris, ſupra Medium ſcilicet. Quibus factis, vt in Regula Societatis, adde omnes exceſſus in vnam ſummam: numerus iſte erit primus Regulæ, ac Diuiſor: medius, numerus menſurarum miſcendarum: tertij, erunt differentiæ ſingulorum vt ad-

adſcriptæ ſunt. Et ſi plures apud eundem numerum differentiæ fuerint, illæ colligantur, veluti figuratū ſequitur.

Medium. 11.		*Differentiæ.*
	7	1.
	9	1.
	10	1.
	12	4.2.1

Summa 10 dant 300, quantum	1?	*facit*	30
	1?		30
	1?		30
	7?		210

Quantum opus erit ſumere de vino cuius Amphora valet 8 groſſos, & quantum illius quod valet 11, ita vt Amphora vna valeat 9 groſſos? Operare per Regulam.

	8	2
9.	*Differentiæ.*	
	11	1

Summa, 3 dant 1, quantum	2?	*fit*	$\frac{2}{3}$
	1?		$\frac{1}{3}$

PELET. Summa, 3 dant 1 &c.) Dic ergo, 3 dant vnam amphoram, quantum 2? proueniunt $\frac{2}{3}$ prioris amphoræ valētis 8 Groſſos: quæ efficiunt 5 Groſſos cum $\frac{2}{6}$ vnius

vnius Groſsi. Rurſus, 3 dant vnam amphoram, quãtum 1 ? facit $\frac{1}{3}$. Alterius amphoræ valentis 11 Groſſos: hæc tertia ($\frac{1}{3}$) valet 2 Groſſos cũ $\frac{4}{6}$ vnius Groſſi: quæ ſumma iuncta cum priori, nempe 5 $\frac{2}{6}$, faciet 9 Groſſos, quod erat inueſtigandum.

Quidam pro 200 aureis vult emere 400 Lib. Aromatum variorum: ſcilicet amigdalarum, ficuũ, zinziberis, piperis, nucum myriſticarũ, & croci. Quæſtio eſt, quot Libras ſingulorum accipiet, vt 400 Libras pro 200 aureis habeat. Primùm oportet inquirere precium vnius Libræ pro medio numero, hac via: Dic 400 Lib. valent 200 aureos, ſiue Carolinos: quantum 1 Lib. proueniet $\frac{1}{2}$ aurei Carolini, ſiue decẽ Stuferi, quales 20 aureum Carolinum complent, more monetæ Brabanticæ. Deinde ſingulorum precium adſcribas, reductis omnibus ad eandem monetam: deinde fiat colligatio maioris & minoris preciĳ, &c. vt in præcedenti docuimus quæſtione.

	6 ficus	*1. 6*	
	7 amig.	*6. 2*	
10	*9 zinzib.*	*2.*	*Summa 32.*
	11 piper.	*4.*	
	12 nuces	*1. 3*	
	16 croci	*4. 3*	
	Precium 1. lib.	*Differentiæ.*	

	7		$87\frac{1}{2}$
	8		100
	2		25
Summa 32 dant 400,	4	*facit*	50
quantum	4		50
	7		$87\frac{1}{2}$
	Summa		400

Sed neminem latere volo, eandem quæſtionem varijs aliquando modis poſſe explicari, dum variè alligamus minores cum maioribus ad Medium. Veluti in præſcripta quæſtione.

Medium 10



1. 2. 6.
1. 2. 6.
1. 2. 6.
4. 3. 1. Summa 51.
4. 3. 1.
4. 3. 1.
Exceſſus.

Vel ſic, 10



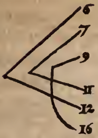
1
2
6
4 Summa 17
3
1

Item

Item 10 

6
2
1

1 *Summa* 17
3
4
Differentiæ

Velſic, 10 

1
2
6
3 *Summa* 17
4
1
Differentiæ.

Atque huiuſmodi infiniti ferè extant modi. Interim tu memineris, oportere, vt quilibet numerus ſemel vt minimùm alligetur: poſſe tamē ſæpius, idq́; ad varios comparari: atque huiuſmodi ingenijs diſcenti um relinquo. Quod in liquidis & Aromatibus propoſuimus, idem in metallis miſcendis euenit, verùm operationis nulla eſt diuerſitas: Veluti ſi Faber 100 *Lib. argenti habeat, quarum vna Lib.* 17 *aur. valeat: ac alteram maſſam, cuius* 1. *Lib. valeat* 24 *aur. dubitat quantum argenti ex altera maſſa addendum ſit priori, vt* 1 *lib. precium* 22 *aur. acquirat.*

Primum alliga 22 $\left\{\begin{matrix}24\\17\end{matrix}\right.$ *exceſſus.* 5, 2

Summa 7 dant 1, quantum $\left\{\begin{matrix}5?\\2?\end{matrix}\right.$ *facit* $\frac{5}{7}$, $\frac{2}{7}$

Iam dic per regulam notiſſimam, 2 Lib. primi argenti opus habent 5 Lib. ſecundi: quot deſiderant 100 Lib? facit 250. lib.

PELET. Iam dic, &c.) Eſt enim eadem proportio $\frac{2}{7}$ primi argenti ad $\frac{5}{7}$ ſecundi: quæ eſt duarum Librarum eiuſdem primi ad quinque Libras ſecundi: idemq; eſt ac ſi diceres, $\frac{2}{7}$ primi opus habent $\frac{5}{7}$ ſecundi, quantum deſiderant $\frac{100}{1}$? ſed operatio per integra facilior.

Examen.

Examen huius Regulæ eſt, ſi numerum vniuſcuiuſq; rei iam collectum multiplices per precium eiuſdem rei, & ſummam addas: exibit ſumma pecuniæ primùm conſtituta.

PELET. Examen huius Regulæ &c.) vt in vltimo Exẽplo, numerus ſecundi argenti inuentus eſt $\frac{5}{7}$: per hunc multiplica $\frac{24}{1}$, quæ ſignificant preciũ ipſius ſecundi argenti: fiunt $\frac{120}{7}$. Rurſus numerus primi argenti, inuentus eſt $\frac{2}{7}$: per hũc multiplica $\frac{17}{1}$, quæ ſignificant precium primi argenti: proueniũt $\frac{34}{7}$. Adde ergo $\frac{120}{7}$ cum $\frac{34}{7}$ fiunt $\frac{154}{7}$: hoc eſt, 22 Integra: quæ eſt ſumma primùm conſtituta.

DE REGVLA FALSI.

Multæ ſolent ac variæ præſcribi Regulæ & Quæſtiones quas ſi placeret omnes exequi, in volumen ingens labor noſter excreſceret facilè. Verùm hoc non fuit noſtrum inſtitutum: qui omnia conamur potiùs in vnum caput colligere, & ad vnam methodum reducere. Quemadmodum hactenus multas variasq́ue Quæſtiones, ad vnam Regulam Proportionum deduximus: quibus multæ ſimiles & extant, & in dies excogitari poſſunt. Veluti de Diuiſionibus, de Lucri & damni ratione, de Mercede conductis, atq; huiuſmodi innumeris: quorum nullum tam difficile eſt, quin facilè callenti noſtra hactenus dicta explicari poßint. Attamen cùm plura ſint Exempla, & Quæſtiones, quæ ad Regulam Proportionum commodè reduci non poßint: viſum fuit tandem Regulam quandam vniuerſalem, tanquam ſacram anchoram ſubnectere per quam dubia reliqua poßibilia huic noſtro inſtituto explicari poßint, & multæ etiã Quæſtiones earum quæ præceſſerunt: Quamuis id multò certiùs fieri & longè facilius per Regulam, quam vocant Aglebræ, poſſe ſciam: qua vix quicquam vidi inter Mathematicas artes præſtantius, atque elegantius. Sed cùm de hac ab alijs multa dicta ſint, & fortaßis à nobis per Methodum (fauẽte Deo Opt. Max.) dicetur, cùm ea res peculiarem requirat tractatum, in præſentiarum miſſam facimus.

PELET. Italis hæc Regula fuit frequentiſsima. In qua quoniam ferè ponitur vnum quid, ſeu vna Res, ea apud ipſos lingua patria dicta eſt, Regula della coſa: ac ſi Gallis diceretur la Regle de la Choſe. Algebra autem dicta videtur à Gebro Arabe vt vox ipſa ſonat: huius artis ſi non inuentore, ſaltem excultore. Alij tribuunt Diophanto cuidam Græco.

Vocatur autem Regula, quam iam docemus, Falſi: nõ quòd falſum doceat, ſed ex falſo verum elicere. Fitq́ in hunc modum : Propoſita Quæſtione quacunque per hanc enodabili, eum numerum quem ſcire deſideras, tanquam notum iam tibi finge: ponens eius loco quemcunque numerum. Cum eo deinceps procede ſecundum Exempli rationem, inferendo vnũ numerum ex alio: donec ad aliquẽ certum & notum prius numerum in propoſita Quæſtione datum, perducaris: quem ſi rectè ex iam poſito ſiue ficto numero elicere potuiſti, is ipſius quem primum finxiſti, eſt verus finis quem inquirebas.

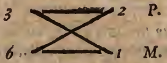
Veluti: Tres habent ſinguli certam argenti ſummam: verùm ſingũlorum ſummæ ignotæ ſunt, binorum verò notæ. Scio enim primi aureos cum ſecundi aureis, valere 50: ſecundi cum tertij aureis, 70: tertij cũ aureis primi, valent 60: quæritur ſumma ſingulorum. Finge ergo primi ſummam valuiſſe 20 aureos: Ergo quoniã cum ſecũdo habet 50: reliquũtur ſecũdo 30, & tertio 40: quoniã ij valent 70 cũ ſecundi aureis. Iã ſi 40 tertij, addantur 20 primi: exurgũt 60 aurei, ita vti voluit exẽplum. Fuit itaq́ prima poſitio vera, neque amplius quicquam agendum. At ſi ad notum nu-

numerum non perueneris exactè, verùm aliquò exceſſeris aut abfueris: vide exceſſum ſeu diſtantiam, eamq́ nota cum Hypotheſi falſa & cum titulo Plus, ſi exceſſerit: aut Minus, ſi defuerit. Deinde finge tibi alterum numerum maiorem aut minorem iam iam poſito, & cum ipſo eodem modo procedas quo cum priori, donec ad notum numerum perueneris. Quem ſi non attigeris, vide rurſus differentiam, eamq́ nota cum ſua Hypotheſi, ſignoq́ Plus vel Minus. Deinde multiplica Hypotheſim priorem in differentiam alteram: ſimiliter hypotheſim ſecundam in differentiã primam: producta duo ſerua. Hinc perpende ſigna Plus & Minus: quæ ſi ambo ſimilia fuerint, ſcilicet aut Plus aut Minus: aufer productorum minus à maiori: itemq́ aufer differentiam minorem à maiori: per reſiduum diuide reſiduum productorum: Quotiens oſtendet numerum quæſitum. At ſi ſigna fuerint diſſimilia, alterum Plus alterum Minus: adde producta illa duo, ſimiliterq́ differentias: & per harum ſummam diuide ſummam productorum: Quotiens oſtendet numerum quæſitum.

Duo habent ignotam mihi ſummam aureorum. Inquit prior, ſi mihi dares vnum è tuis, haberemus æquam ambo portionem. Reſpondet alter, ſi mihi tu vnum è tuis dederis, habebo duplam tuæ ſummæ reſtantis: Quæritur ſingulorum ſumma. Finge priorem 3 habuiſſe: Igitur ſi vnum acceperit à ſecundo, habebit 4: tantundem relinquetur alteri. Verùm quoniam iam 1 dediſſe intelligitur, eum huic redde: itaq́ habuit ab initio 5. Iam dicit priori, ſi mihi

vnum dederis, habebo duplum tui reſidui: adde igitur 1 ad 5, fiunt 6, reſtant autem priori tantum 2. Vides ergo 6 non eſſe duplum 2, imò triplum: falſa igitur fuit Hypotheſis. Et quoniam duplum binarij eſt tantùm 4: inueni autem 6: dico differentiam eſſe 2 cum ſigno plus: quoniam tantò exceſſimus rei veritatem. Fingamus igitur primum habuiſſe 6: accepit 1 ab altero: itaque fient 7: tantum relinquetur alteri: Verùm quoniam 1 dediſſe intelligitur, habuit ab initio 8. Iam hic petit à priori 1: ita haberet 9: relinqueretur autem priori tantum 5. Rurſus 9 non eſt duplum de 5, vti voluit Quæſtio: ſed abeſt vnitate: cùm duplum de 5, ſit 10: Scribo igitur poſitionem alteram, 6 ſcilicet, cum ſua differētia 1 cum ſigno Minus. Iam per poſteriorem Regulam duco 3, in 1: fiunt 3: Item 6 in 2: fiunt 12: ſumma horum valet 15:

Hypo. *Diffe.*



Summa autem differentiarum valet 3. Diuido igitur 15 per 3, exurgunt 5: tantum habuit prior: adde huic 1, fiunt 6, quæ relinquuntur alteri poſt donationem vnius: ergo prius habuit 7: quibus ſi priùs 1 adiecerit, ſeruabit ille tantùm 4, alter habebit 8 duplum reſidui prioris; vti voluit Quæſtio. Hanc quæſtionem alij de Mulo Aſinoq; proponunt geſtantibus vini menſuras aliquot.

Aſpiciens quidam alterius lôculos, inquit, Vidêris [illegible] *mi-*

mihi iſtic habere 100 aureos. Reſpondet alter, non ſunt 100: verum ſi dimidio plus & quarta parte & tertia parte augerentur, & inſuper 1, tũ demùm 100 forent. Finge igitur fuiſſe 12: adde dimidium, ſcilicet 6 & tertiã partẽ, 4: & quartam partem, 3: & inſuper 1: fient 26 tantum: quæ diſtãt à 100 per 74. Scribe igitur 12 cum differentia 74, & ſigno Minus. Rurſus pone eſſe 24 aureos: quibus adde dimidium, 12: tertiam partem, 8: et quartã partem, 6: & 1: fient 51: quæ diſtant à 100 per 49.

Hypo. Diffe.

12 —— 74 M.

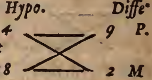
24 —— 49 M.

Nota igitur 24 cum differẽtia 49, & ſigno Minus: tũ multiplica 24, in 74, exeunt 1776: Item 12 in 49: exurgunt 588: Et quoniam ſigna ſunt ſimilia, aufer 588 ex 1776: reſtant 1188: Similiter aufer 49 ex 74, reſtant 25, Diuiſor operationis. Diuide ergo 1188 per 25: exurgũt $47\frac{1}{2}\frac{3}{5}$ tot habuit aureos: quorum dimidium, $23\frac{1}{2}\frac{9}{5}$: tertia pars, $15\frac{2}{2}\frac{1}{5}$: quarta pars, $11\frac{2}{2}\frac{2}{5}$: quæ omnia ſimul efficiunt 99: quibus ſi vnum adieceris, 100 excreſcunt.

Hîc obiter notandum, ponendos eſſe numeros qui apti ſint ad quæſtionem. Vt quoniam dimidium, $\frac{1}{3}$ & $\frac{1}{4}$ eiuſdem numeri debebam adijcere, ponendus numerus diuiſibilis in 2, 3, & 4: ſicq́ difficultates maximas & labyrinthos quaſi Fractionum ſiue Minutiarum effugeris.

Quidam habet argentea duo pocula, cum vno

cooperculo quod valet 16 aureos : id ſi priori poculo addas, valebit quadruplum alterius : ſin alteri adijcias, valebit hoc triplum prioris : quantum igitur ſingula valent pocula ? Demus primum valuiſſe 4 : his adijcio 16 : exurgunt 20, quæ ſunt quadruplum alterius : ergo alterum valuit 5. His rurſus adijcio 16, exurgunt 21 : quæ debebant eſſe triplum prioris, ſcilicet 12 : ſuperat igitur rem ipſam, 9. Rurſus ſi ponam primum poculum 8, erit alterum 6 : quibus adiectis 16, exurgunt 22 : quæ abſunt à triplo prioris, ſcilicet 24, per 2.

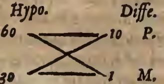


Multiplica igitur 4, in 2 : exeunt 8. Item 8 in 9, fiunt 72 : quæ adde (quoniam ſigna diſſimilia ſunt erunt 80. Itidem adde differentias quæ conſtituunt 11. Deinde iam 80 per 11 : fient $7\frac{3}{11}$. Tantum valuit prius poculum : quibus adde 16, erunt $23\frac{3}{11}$: cuius $\frac{1}{4}$ valet $5\frac{9}{11}$: tantum valebat alterum poculum.

Ciſterna quædam tres fiſtulas in imo fundo obtinet : ſed meatus ſunt inæquales. Maiori enim aperto, effluit omnis humor vna hora : mediocri aperto, effluit in 2 horis : minimo verò ſeorſum aperto, humor in 3 horis effluit : Quæſtio eſt, ſi omnia 3 aperiantur foramina, quanto temporis ſpacio humor omnis poſſit effluere? Finge in vna hora, hoc eſt 60 Minutis : & tribue Ciſternæ aliquam certam menſuram pro libito : ſitq́ 12 Amphorarum. Iam vides in vna hora pro-

propter maius foramen, omnem effluxurum liquorem, hoc eſt, 12 Amphoras: ratione minoris, 6: dimidium ſcilicet ratione minimi, 4: tertiam ſcilicet partem: quæ omnia efficiunt 22: cùm tamen vas poſitum eſt tantùm 12 continere Amphoras: ergo ſuperſunt 10. Rurſus pone dimidiam horam, hoc eſt, 30 Minuta: ergo effluxerit ratione maximi foraminis, 6 ratione mediocris, 3: ratione minimi, 2: quæ omnia efficiunt 11. Debebant effluere 12: deeſt igitur 1. Operare ſecundum Regulam: inuenies 32 Minuta temporis, & $\frac{8}{11}$ Minuti vnius.

Poterat hæc Quæſtio quoque abſolui per regulam Conſortij. Quia enim partes aquæ eodem tempore effluentis, ſe habent vt 1, $\frac{1}{2}$ & $\frac{1}{3}$: quare numerũ ſic diuiſibilẽ, vt 6: vnde ꝓ primo meatu pone 6: pro ſecundo 3: ꝓ minimo, 2: quæ addita faciunt 11. Statue deinde Ciſteræ 12 Amphoras. Et per Regulã Conſortij dic, 11 diuident 12, quid accipiet 6? proueniet 6 $\frac{6}{11}$. quia verò maximus meatus abſumit in hora 12 Amphoras, quanto tempore abſumet 6 $\frac{6}{11}$? inuenies ex Regula proportionum, 32 Minuta temporis, & $\frac{8}{11}$ vnius Minuti.



Simile eſt, Potator quidam ſolus exhaurit Cadũ vini

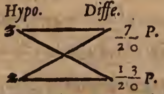
vini in 20 diebus: verùm ſi vxor eum iuuerit, ſeruata proportione bibendi: 14 diebus vini tantundem abſumunt: quanto ergo tempore ſola vxor totum vas exhauriet? Rurſus tribue vino aliquam menſuram, ſcilicet 12, aut quemuis alium numerum, nempe 20 menſuras: Ergo maritus 14 diebus, 14 menſuras bibit: vxor reliquum, 6 ſcilicet. Dic igitur per regulam Proportionum: 6 menſuræ bibuntur ab vxore 14 diebus, quanto tempore 20? facit 46 $\frac{2}{3}$ dies. Itaq; Regula Falſi non habes opus, cùm tamen & per eandem fieri poßit.

Finge enim vxorē exhaurire totum vas 21 diebus, Dic ergo 14 diebus exhauriet 6 Amphoras, quantum 21? colliges 9: ac ſic deſunt 11 menſuræ. Secundò pone eandem in 28 diebus idem vas conſumere potitando. Et quia in 14 diebus, 6 abſumit: ſequitur quòd in 28 diebus 12 amphoras abſumet: ac ſic deſunt 8. Igitur per priorem Regulam, duc 8 in 21, fiunt 168: Item 11 in 28, conſurgunt 308. Hinc aufer 168, reſtant 140: quæ diuide per errorum differentiam, nempe 3: prodibūt 46 $\frac{2}{3}$ dies, quemadmodum antè inueneras.

Narrat Vitruuius, lib. 9. cap. 3. cùm Hiero rex ſtatuiſſet dijs ſuis votiuam offerre Coronam ex puro auro, mandaſſe id negocij Fabro: qui (vt ſæpè ſolēt) ſublata auri portione, argenti tantundem commiſcuit. Quod quidem furtum citra Coronæ iam confectæ læſionem deprehendit Archimedes Syracuſanus, hunc in modum. Confecit maſſam ex auro puro eiuſdem ponderis cum Corona iam facta: Deinde aliam ex argen-

argento puro maſſam, eiuſdem planè ponderis: dein tria hæc ſigillatim in labrum, aqua ad ſummum refertum immiſit: effluentem aquam ſubiecto altero vaſe diligentiſſimè excepit: atq; hinc auri argentíque portionem deprehendit. Verùm praxim Vitruuius nō adiungit: idcirco nos doctrinæ gratia, fingamus pondus Coronæ, duarūq; ſigillatim maſſarū fuiſſe 5 Lib. effluxiſſe p̄terea dū aurea maſſa demitteretur in labrum, 3 Lib. aquæ: dum Corona immergeretur, 3 $\frac{1}{4}$ Lib. aquæ: dum argentea maſſa demitteretur, 4 $\frac{1}{2}$ Libr. Quæſtio igitur eſt, quanta ſit auri, & quanta argenti Coronæ portio? Operare per Regulam hoc pacto: Finge auri 3 Libras: ergo relinquentur argenti 2 Lib. Iam dic per Regulam Proportionum, 5 Lib. auri, dant 3 Lib. aquæ: quantum tres Lib. auri? facit 1 $\frac{3}{5}$ Lib. aquæ. Item, 5 argenti Lib. dāt 4 $\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum 2 Lib. argenti? facit 1 $\frac{4}{5}$ aquæ. Adde igitur aquam argenti & auri ſimul: ſcilicet 1 $\frac{4}{5}$ cum 1 $\frac{4}{5}$: exurgūt 3 $\frac{3}{5}$ Lib. aquæ: debebant aūt eſſe 3 $\frac{1}{4}$ Lib. Exceſſimus igitur ſcopum per $\frac{7}{20}$: quas nota cū prima Hypotheſi, ſcilicet 3, & ſigno exceſſus. Secūdò finge auri extitiſſe Lib. 2: igitur argēti erāt 3 Lib. Deinde rurſus dic, 5 Lib. auri dāt 3 Lib. aquæ: quantum 2 Lib. auri? facit 1 $\frac{1}{5}$ Lib. Itē 5 Lib. argenti dant 4 $\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantū 3 Lib argēti, facit 2 $\frac{7}{10}$. Adde 1 $\frac{1}{5}$ cum 2 $\frac{7}{10}$: exurgūt 3 $\frac{9}{10}$ Lib. aquæ. Debebāt eſſe 3 $\frac{1}{4}$: nā tātum aquæ effluxit dū Corona immergeretur. Ex-

ceſſimus ergo rem ipſam per $\frac{13}{20}$. Operare igitur per Regulam: Multiplica $\frac{13}{20}$ per 3: exurgunt $\frac{39}{20}$: item $\frac{7}{20}$ per 2 exurgunt $\frac{14}{20}$: quæ ſubtracta ex $\frac{39}{20}$ relinquunt $\frac{25}{20}$, ſiue $\frac{5}{4}$. Item aufer $\frac{7}{20}$ ex $\frac{13}{20}$: reſtant $\frac{6}{20}$, ſiue $\frac{3}{10}$. Diuide igitur $\frac{5}{4}$ per $\frac{3}{10}$: proueniunt $\frac{50}{12}$, ſiue $\frac{25}{6}$, hoc eſt $4\frac{1}{6}$ Libræ auri. Erant ergo tantùm $\frac{5}{6}$ Libræ argenti. Quod vt examines, dic 5 Libræ auri dant 3 Libras aquæ: quantum $4\frac{1}{6}$ auri? facit $2\frac{1}{2}$ Lib. aquæ. Rurſus dic, 5 Lib. argenti dāt $4\frac{1}{2}$ Lib. aquæ: quantum $\frac{5}{6}$ argēti? facit $\frac{3}{4}$ Lib. aquæ: quas adde cum $2\frac{1}{2}$ Libr. exurgunt $3\frac{1}{4}$ Libr. aquæ: quantum ſcilicet dum Corona immergeretur effluxit.



Hic obiter notandum, non opus fuiſſe Archimedi, neque cuiquam alteri, qui velit huius rei periculum facere, conficere vel auri vel argenti maſſas eiuſdem ponderis cum Corona, vel quauis alia re examinanda: ſed ſuffecerit quauis pars notabilis ponderis auri vel argenti.

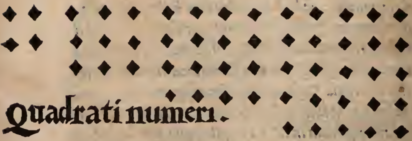
Hæc atq; infinita alia exempla licet per Regulam Falſi perficere: quæ omnia recenſere infiniti eſſet laboris, ac intolerabilis nauſeæ. Habet enim ſub ſe oẽs Quæſtiones antedictas, ac multo plures, à nobis omiſſas: quales ſunt omnes ferè quæ per primam Regulam Coſæ, ſiue Algebræ, abſoluuntur. Tum plures earum quæ per ſecundam, tertiam, ac quartam eiuſdem diſſoluuntur: quamuis meminerim Chriſtophorum quendam Rodolphum Ianuerum dixiſſe, impoſſibile fore, vt aliquod exemplorum quæ ſecunda, tertia & quarta docet Regula, poßit per hanc abſolui. Quod vti ille verè dixit, ita nos oſtendemus paulùm immutata noſtra Regula aliter ſe habere: multaq; per hanc poßibilia eſſe, quæ ille impoßibilia exiſtimauit. Quod dico, non quòd illius induſtriæ ac diligentiæ quicquam detraham: neque quòd hanc Regulam cum illa (quam Coſæ dicunt) conferendam putem: ſed vt excellentiam huius Regulæ oſtendam: noſtrumq; in inuentione non penitus nihil valuiſſe ingeniolum, dum ea adijcimus, quæ ab altero nunquam dicta fuerunt. Quæ tamen omnia à perfectione regulæ Coſæ antiquißimæ, quàm longißimè abſunt, cùm certitudine, tum etiam facilitate. At quandoquidem in his Exemplis, quæ per ſecundam tertiam, & quartam Coſæ, ſiue Algebræ, edocentur, Radicum Quadratarum & Cubicarum neceſſaria eſt cognitio: ad harum inuentionem primùm conuertere ſtylum ex vſu mihi eſſe videtur, ac eouſq; Regulæ Falſi appendicẽ noſtrũ ſuſpẽdere, quò neceſſaria huic

F rei,

rei multis quoque aliȷs Geometricis ac Aſtrologicis quæſtionibus explicata fuerint præcepta.

SEQVITVR DE RADICVM Extractione, primumq; de Quadratis.

QVadratum Geometræ appellãt, Figurã planã, cuius quatuor latera æqualia ſunt inter ſe, omneſq; anguli æquales recti: vnum verò latus, Coſtã appellant. Talis Figura producitur, ſi Linea quæcunque ducatur in latus, eouſq; quò pertingit eiuſdem Lineæ longitudo. Simili ratione in Arithmetica dicimus, Quadratum numerum, qui ita per Vnitates collocari poteſt in Quadrati figuram, vt omnia latera adinuicem æqualia euadant: quales hîc annotati cernuntur.



Quadrati numeri.

Latus verò vnum vocamus Radicem Quadratã. Ac talis numerus Quadratus exurgit, ſi numerum quemuis ducas, hoc eſt, multiplices, in latitudinem longitudini æqualem, hoc eſt, per ſeipſum: Veluti quin

quies

quies 5,efficiunt 25,dicimus igitur 25 numerum eſſe Quadratũ,cuius 5 ſit Radix.Inuenire igitur Radicẽ Quadratã alicuius numeri,eſt numerũ indagare,q̃ in ſe multiplicatus, cõſtituat numerũ ꝓpoſitum.Hic ergo primùm oportet ſcire nouem Radices ſimplices, earumq́; Quadrata, quorum cognitio dari debet ac poni,non inquiri: Habent autem ſe hoc modo:

Radices.	Quadrata.
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

His cognitis, aliorum numerorum maiorũ Radices hoc modo inueſtigẽtur: Ac ſubijciatur, exempli gratia, numerus, cuius Radicem inquirere ſtatuimus,119025. Incipiens igitur à dextris,nota primam figuram puncto, deinde tertiam ſimiliter, hinc quintam: ac ſic deinceps pergito notare alternas figuras,vna intermiſſa. Vt in noſtro Exemplo, 1 1 9 0 2 5. Hæ notæ,præter vſum quem habent in opere,mox oſtendunt, quot notis ſcribi oporteat Radicem numeri propoſiti. Et quoniam Radicum extractio parum à Diuiſiõe diſcrepat:incipe à ſiniſtris: & numeri vltimi ſiue vna figura ſit, ſiue duæ, qui eſt ab vltimo puncto deinceps, quære Radicem: aut ſi non habet,accipe proximo minorem. Vt in noſtro propoſito, numerus ab vltimo puncto, deinceps verſus ſiniſtram,eſt 11:qui in tabula Quadratorum

non inuenitur: non eſt igitur Quadratus, ſed proximo minus Quadratum eſt 9: huius Radix eſt 3. Hanc Radicem ſepone ad dextram, ſecretam ſemicirculari linea: quemadmodum in Diuiſione fieri ſolet · & ſimul Quadratum illud minus, 9 ſcilicet, aufer ex numero à puncto vltimo deinceps poſito, ſcilicet ex 11: reſtant 2: quæ ſuprà ſcribe numero propoſito, vt in Diuiſione.

Ac quod modò diximus in omni Radicum extractione primum eſt: nec amplius repetitur: ſed quod deinceps dicitur, repetendum toties quot fuerint puncta reliqua. Dupla ſcilicet quicquid eſt per ſemicircularem lineam ſeiunctum: Duplum ponas medio loco inter punctum proximum verſus dextram, ſi vnica fuerit figura: ſin duæ aut plures, collocabis reliquas ordine deinceps verſus ſiniſtrã. Vt, dupla 3, exurgunt 6: quæ colloca ſub 9. Deinde tanq̃ hoc Duplum ſit Diuiſor, vide quoties ſit in ſibi ſuprascripto numero: Quotientem hunc aſcribe poſt lunarem lineam, ad dextram, vt in Diuiſione: ac eundem aſſcribe etiam diuiſori ad dextram, ſub puncto ſemper. Deinde multiplica hunc Quotientem iamiam inuentum in Diuiſorem cum figura adiuncta: Productum aufer ex ſuperiori ſuprascripto: reſiduũ ſupra alias collocando, vt in diuiſione. Vt quoniam 6 continentur in ſuperiori, ſcilicet 29, quater: noto 4 poſt 3: & ſimiliter poſt 6, ſub puncto. Deinde multiplico 4 in

   2
~~1~~ ~~1~~ 9 0 2 5
   ·   · ·   (3
   9

in 64, exurgunt 256: quæ ſubduco ex ſuperioribus, ſcilicet 290: reſtant 34: quæ ſupra alium numerum colloco.

Atque hæc adeò res eſt à qua tantoperè abhorrent iuuenum animi, ob aliorum hac in re traditionem obſcuram, & labyrinthi in modum intricatam: nam quicquid reliquum eſt, non diſcrepat vel ſyllaba à Canone iam dicto. Qui toties repetendus, quot fuerint puncta reliqua, ſub quibus facta non eſt ſubtractio aliqua. Vt, quoniam in noſtro Exemplo vnus adhuc reſtat punctus: Duplabimus iterum quicquid eſt in lunari linea, ſcilicet 34: exurgunt 68: quod Duplum ſcribemus inter punctum proximum: ponendo ſcilicet primam 8, ſub 2: alteram 6, deinceps ſub ⊖. Iam inquiro quoties 68 in 342, vel 6 in 34 ſupraſcripto ſcilicet numero, in modum Diuiſionis, Et quoniam quinquies continetur 6 in 34, noto 5 poſt lunarem lineam, verſus dextram: & ſimiliter poſt Duplum, ſub puncto. Iam multiplico 5 in 685, exeunt 3425: quæ ſubducta ex ſuperioribus, nihil relinquunt. quod indicium eſt, numerum propoſitum fuiſſe verè Quadratum. Alioqui ſi quicquam in vltima ſubductione ſuperfuerit: tantum numerus propoſitus à Quadrato diſceſsit.

```
 2 3 4
1 1 9 0 2 5
 .   .  .
   6 4       (34
 2 5 6
```

Hic notandum, Si ex multiplicatione Digiti in Quotiente ſcripti in Duplum cum addita figura, plus excre-

3 4
1 1 9 0 2 5
. . .
6 8|5 (345
3 4 2 5

uerit, quàm vt à ſuperiori ſubduci poßit: tum delendus eſt ille Digitus, & in Quotiēte & ſub puncto: & ſcribendus alius vnitate minor: Idq́; eouſq́; faciendum, quò numerus ex multiplicatione excreſcens poßit ex ſuperiori auferri. Exempli gratia, Quærenda Radix de 784. Primus Digitus erit 2, tanquam Radix de 7 proxima: eius Quadratum 4, ex 7 ablatum, relinquit 3: deinde dupla 2, fiunt 4: quæ poſita medio loco intra puncta, Diuiſoris loco habentur: quære igitur, quoties 4 in 38: Et quoniam 9 reperies, ſcribe 9 duobus locis dictis: deinde multiplica, exurgunt 441.

Et quoniam excedunt ſuperiorem, deletis 9 vtroque loco, repone 8: ac deinde multiplica, ac ſubtrahas vt decet.

3
7 8 4
. . (29
4 9
4 4 1

3
7 8 4
. .
4|8
3 8 4

Secundò notandum: Si quando Diuiſor in ſuperiori non habetur: ſcribenda o in Quotiente, vti etiam in Diui-

Diuiſione dictum eſt. Ac tum rurſus incipiendum eſt à Canone extractionis Radicum: duplando ſcilicet totum quotientem, &c. Verum duplum illud ponendum eſt intra proxima alia puncta: vel ſi aliud non ſequatur punctum, abſoluta erit operatio.

Exempla.

~~3~~ ~~6~~ 6 0 2 5
· · ·
~~1~~ ~~2~~ Radix. (605.
1 2 0|5
6 0 2 5

Aliud.

~~1~~ ~~6~~ 3 2
· ·
8 Radix. 40, reſtant 32.

Vt autem firmiùs hæreat hic Canon, vide qua ratione conſtructus ſit. Sicut enim ex Radicibus, Quadrati numeri per multiplicationem exurgunt: ſic etiam ex Quadratis rurſum Radices colliguntur. Hoc vt faciliùs intelligas, partire numerum multiplicandum in tot partes quot ſcribitur figuris, & ſic multiplicationem perfice. Vt volo 23 in ſe ducere, Primò ducuntur 3 in 3, deinde 3 in 2, deinde 2 in 3, & poſtremò 2 in 2. Diſſoluto autem numero, ducuntur 3 in 20, & 3 in 3: Item 20 in 3, & 20 in 20. Vnde colligimus in omni multiplicatione Quadrata, quamlibet partem numeri ſic diſtincti, ſemel in ſeipſam duci, & bis in quamcunq; aliam. Quod vt quarta ſecundi Euclidis docet, ſic experientia videre licet.

IO. STEIN. Cardo totius rei vertitur in duabus regulis tanquam Maximis. prior eſt de ſyſtaſi numeri quadrati ex ſegmẽtis alicuius radicis, talis: Quocũq; numero dirẽpto in quotcunq; ſegmenta, procreabitur quadratus numeri totius cum ſingula ſegmenta ducuntur in ſe & in reliqua ſingula: nam omnibus iſtis procreationibus collectis ſummatim habebitur ſyſtaſis quadrata. Vt 13 dirempto in 47 & 2. Si primum 4 in ſe ducitur (16) deinde 4 in 7, (28) tandem 4 in 2(8) Deinde 7 in ſe (49) & 7 in 4 (28) & 7 in 2 (14). Tandem 2 in ſe (4) & 2 in 7 (14) & 2 in 4 (8) Efficietur ex horum omnium additione 169. Vt 13 Radix.

4	7	2
16	49	4
28	28	14
8	14	8

169 quadratus.

Vides ſingulis ſegmentis tot operationes incumbere, quot ſunt ſegmẽta: atq; ita ſingulis quadratulis numeris ſubijci totidem non quadratos quot ſunt reliqua ſegmenta: item, ex duorum ſegmentorum mutua cõmiſſura, gigni duo producta ęqualia, idq; toties quot poſsũt haberi ſyzygiæ ſegmẽtorũ.

Ek hac via cõſtitutiua numeri quadrati, facilè eſt reperire viã analyticã, perueniẽdi ad cuiuſuis propoſiti numeri quadrati (vel proximè quadrati) radicẽ ſeu ὅρον πυθμενικὸν Numerus. n. propoſitus cogitetur eſſe dirẽptus in ea ſegmẽta in quæ dirimitur per ſuos characteres vt 75 dirẽptus cogitetur in 70 & 5. Deinde adhibeatur alia propoſitio quæ eſt apud Euclid. octaua, li. 9. Ac ſic lè perducẽris eò quò tẽdis. Ad Geometricas ſpeculatiões hac in parte deſugere ridiculũ eſt. Cõſtat n veritas numerorũ etiamſi nulla Geometria veniſſet in rerum naturam.

Facile igitur è contrario eruemus Quadrata ſingularũ partium, q̃ ſemper in multiplicationũ collectione impares ſedes obtinent. Deinde, quoniã quilibet Digitus bis in quoſcunq; alios ducitur, ideo iã inuentum digitum duplamus, inquirimusq; quis ſit Digitus qui in hoc duplum ductus, ac deinde proximo loco in ſe ductus, numerum ſibi ſuprapoſitum deleat: Sicq; pergimus donec tot habeamus Digitos Radicis, quot ſunt loca imparia in Quadratis.

Summa igitur huius doctrinæ eſt, primò inuenienda Radix numeri, qui ab vltimo pũcto verſus ſiniſtrã eſt, & c idq; tãtùm ſemel. Secundò duplandum quicquid in Quotiẽte eſt: idq; ponendũ intra puncta. Tertiò diuidendum per Duplum, quærendo quoties in ſuprapoſito habeatur. Quartò multiplicandus digitus inuentus in duplum, cum eodẽ Digito adiuncto. Tandẽ ſubducendũ: & reſiduum ſuperiori loco notandũ.

Ex reſiduo verò, ſi quod fuerit, Minutias quodãmodo colliges hoc pacto: Dupla Radicem inuentam, dein Vnitatem adijce: huic numero tanquam Denominatori ſupraſcribito Reſiduum.

Vnitatẽ adijce.) Vnitatẽ, non quæ notarum numerũ, ſed tantùm primã notam augeat. Exemplũ, Volo Radicẽ huius numeri 1959: Ea eſt 44: & quia ſuperſunt 3, duplo Radicem: fiunt 88: his addo 1, fiunt 89: quibus ſupraſcribo ternarium, qui reliquus erat, dico ergo Radicem 1939 eſſe $44\frac{2}{89}$ ſatis præciſè. PELET.

Alio modo ſi velis partes quaſcunq; colligere, nomen illarum partium duc in ſeipſum: quod deinde prodit, duc in numerũ cuius Radix q̃renda eſt: Summæ huius inquire Radicem, Radix erit Numerator par-

tium. Exempli cauſa, inquirere cupio Radicem de 200: Igitur quoniam Quadratus numerus non eſt, volo inuenire in Minutijs, ſiue partibus, eius Radicẽ: hoc eſt, quot centeſimas vel alias partes habeat Radix vltra integra. Nunc ergo doctrinæ gratia, centeſimas libet inuenire: Multiplico igitur 100 in ſe, hoc eſt, in 100: exurgunt 10000: quæ deinde duco in 200: exeunt 2000000: huius Radix, 1414 centeſimæ: quæ ſic ſcribi poſſunt $\frac{1414}{100}$. *Quoniam ergo ſuperior maior eſt inferiori: per Regulas reductionum diuide ſuperiorẽ per inferiorem: exurgunt 14 &* $\frac{14}{100}$*: hoc eſt,* $\frac{7}{50}$. *Habes igitur Radicem de 200, eſſe 14* $\frac{7}{50}$*: idq; ſatis exactè. nam ne centeſima quidem pars Integri deeſt. Neq; te fatiges nimis inquirendo Radicem: quia ſi prima inquiſitione non inueneris: nunquam radix dari poterit legitimè operando. Nam plurimi numeri veris Radicibus carent: atq; hos Surdos vocant.*

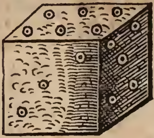
Examen.

Multiplica Radicem iam inuentam in ſeipſam: producto adijce reſiduum ſi quod fuerit: ſi tum prior ſumma de qua Radicẽ inquiſiuiſti, redierit: bene es operatus: alioqui erratũ fuiſſe alicubi ne dubites.

De Radice Cubica.

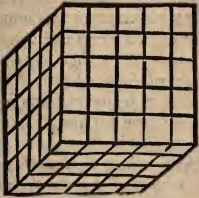
Quemadmodum Radix Quadrata, dicitur numerus, qui in ſe ductus, numerum conſtituit Quadratum: idq; à ſimilitudine Quadratorum in Geometria, vt diximus: ita Radix Cubica à Cubo Geometrico nomen ſortita eſt. Vt enim Cubus conſtat pri-

primùm ex ductu lateris vnius in alterum (ſic enim Superficies conſtituitur) deinde ex ductu eiuſdem Superficiei iam procreatæ in eandem lineam lateris: qualia ſunt corpora ea quæ teſſera nomen habent. Ita numerus Cubicus dicitur, qui conſtat ex ductu numeri alicuius in ſeipſum, deinde ex eiuſdem numeri ductu in productum. Ac talis primus numerus vocatur Radix Cubica.



Cubus, Teſſera.

Figura Cubici numeri.



Cubus 125, Radix 5.

Vt duc 6 in ſe, hoc eſt in 6: exurgunt 36: quæ iterum multiplica per 6: exurgunt 216. Dicimus igitur 216 Cubum eſſe: 6, eius radicem Cubicam.

Talem igitur Radicem inquirere hoc loco doce-

mus

mus. Quemadmodum autem Quadratis noſſe oportet nouem prima Quadrata, eorumq; Radices: ita hic præſcire nouem Cubicos primos numeros, eorũq; Radices oportet: Qui ſic habent,

Radices,	Quadrati.	Cubici.
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729

Vt verò facilior ſit Radicum Cubicarum extrahendarum ratio: aſpice paucis Cubicorum numerorum ex ſuis Radicibus generationẽ. Contraria enim ratio erit eruendæ radicis. Si igitur numerus quiſpiã in ſe cubicè, hoc eſt, ſemel in ſeipſum, deinde rurſum in ſuum productum ducatur: numerus ſic generatus, Cubus vocatur: Idem ille Cubus producetur, ſi quiſpiam Radicem illius in quotuis partes fregerit, & quamlibet per ſe cubicè multiplicauerit partem: deinde cuiuſq; partis triplum in Quadratum reliquarum partium viciſſim multiplicauerit. Hoc pulchrè Cardanus in duabus partibus demonſtrauit. Verùm in Arithmeticis ſufficiunt oculares demonſtrationes pro diſcentibus. Ideo ſubijciamus hunc numerum in ſe multiplicandum cubicè, 345: Frangam illum in ſuas partes, nempe 300, 40, 5. Multiplico quamlibet

par-

partem in ſe cubicè, fiunt 27000000, 64000, & 125. Deinde Quadratum de 300, ſcilicet 90000, multiplico per triplum de 40, hoc eſt 120: fiunt 10800000. Item Quadratum viciſſim de 40, hoc eſt 1600, duco in triplum de 3000, ſcilicet in 900: fiunt 1440000. Deinde accipio has duas partes pro vna, quæ erit 340: Huius Quadratum 115600, duco in triplum reliqui numeri, hoc eſt in 15: fiunt 1734000. Viciſſim autem Quadratum huius, nempe 25, duco in triplum illius, hoc eſt in 1020: producuntur 25500. Iam tandem tres Cubicos numeros cum quatuor alijs productis colligo in vnam ſummam, ac colligo 41063625. Hanc eandem ſummam colligo ſi 345 in ſe ducam, & rurſum in ſuum productum. Ita contraria via, Cubi fiunt, ac Radices extrahuntur. Vides enim quomodo in Cubi productione tot ſunt Cubi particulares, quot erant in Radice figuræ: & quilibet cubus ſuum locum obtinet ab altero duobus diſtantem locis. Deinde cuiuslibet numeri, à ſiniſtris incipiendo, Quadratum, ter in præcedentem multiplicatur: & viciſſim Quadratum præcedentis, ter in ſequentes coniunctim ducitur. Vnde non mirum eſt, in extractionibus Radicum oppoſita procedi via. Poterat hoc quod diximus Geometricis demonſtrationibus corroborari: ſed vt diximus, in Arithmeticis ſufficiunt inductiones ab experientia facta: quoniam numeri ſenſibus ſubiecti ſunt.

In conſtitutione cubici numeri, neceſſe eſt priore loco conſtituere quadratum illius: deinde verò perficiatur ſyſtaſis illius iuxta Maximã ſequentẽ: Ioã. Stein.

Nu-

Numero dirempto in quotquot ſegmenta, & ex ſegmentorum debita operatione genito quadrato illius, gignetur porrò Cubus inde, cùm eadem ſegmenta ſingula ducuntur in ſingula producta ſyſtatica quadrati: ſumma quidem ex additione eorum proueniens loquetur ſyſtaſin cubicam. Quur autem inter producta ſyſtatica cubi neceſſe ſit ſemper tres numeros æquales eſſe, idque toties quoties inter producta ſyſtatica quadrati ſunt æquales duo numeri, priùs eſt demonſtrandum à præceptoribus antè quàm recitata Maxima proponatur, & demonſtretur ex iuſtis fundamentis Arithmeticis: nam Polypragmoſyne Geometrica eſt hic omnino ſuperuacanea Hinc facilè eſt inſtituere analyſin numeri Cubici vel quàm proximè Cubici: quo in propo. ſito præſtat datum numerum reſoluere in ea ſegmenta, quæ trahit ſecum ipſe characteriſmus, vt 13 reſoluatur in 10 & 3. Deinde adhibeatur regula illa analogica, cuius meminimus in quadratis: Iſthinc enim patet expedita via per analyſin deueniendi ad terminum ſeu fundum propoſiti Cubi.

Inquiſiturus ergo radicem Cubicam numeri cuiuſpiam maioris quàm 1000, (minorum enim ars nō exiſtit, niſi aut per Fractiones, vt docebimus, aut ex hac Tabella) Primam figuram ſigna puncto: deinde intermiſſis duabus figuris, quartam: ac ita deinceps ad finem, à dextris læuam verſus accedendo, omiſſis duabus figuris, ſequentem puncto ſigna: vt hic vides 41063625. Atque hîc rurſus vt in Quadratis, quot fuerint puncta, tot erunt figuræ Radicem Cubicam numeri propoſiti explicantes, propter cauſas dictas

dictas. Vide etiam quæ ſit Radix Cubica numeri, qui eſt ab vltimo puncto deinceps ad ſiniſtram, ſiue is vna figura fuerit, ſiue bina, ſiue etiam terna: Si verò radix in promptu non fuerit, quære numerum hunc in Tabella inter cubicos: Quòd ſi non reperiatur, vide proximè minorem: eiuſq; Radicem nota ſeorſum, vt in Quadratis. Veluti in noſtro exemplo quære 41 inter Cubicos. Verùm quia non habetur inter illos, accipio proximè minorem, 27 ſcilicet: cuius Radix Cubica eſt 3: eam nota ſeorſum. Deinde Cubicum hunc (veluti 27 in noſtro exemplo) ſubduc ex numero propoſito à puncto vltimo deinceps, ſcilicet 41: reſtant 14: ea ſupraſcribe, quemadmodum in Diuiſione, & in Quadratis dictum eſt.

Atque hoc in omni Radicum inquiſitione primum eſt præceptum: nec deinceps repetitur.

1 4	
~~4~~ ~~1~~ 0 6 3 6 2 5	
• • •	
27	(3

Verùm ſequens Canon toties repetendus eſt, quot fuerint puncta reliqua.

Tripla ſcilicet quicquid in Quotiente eſt: Triplum ponito ſub figura proxima puncto præcedenti verſus læuam: ſi plures fuerint figuræ, collocentur reliquæ ex ordine. Deinde rurſus multiplica eundem Quotientem in Triplum (vel Quadratum Quotientis tripla, idem enim efficies) Productum nota verſus læuam, ſemotius quàm Triplum inceperis, & loco inferiori, vt ſint iã duo numeri diſtincti, quorum prior Triplum, alter Diuiſor à nobis iam vocabitur.

Idem

ET. Idẽ enim efficies.) Quod de quibuſcunq; numeris intellige. Verbi gratia: Multiplica 4 per 5, fiunt 20: tum 20 per ipſa 4: idem efficies ac ſi multiplicaueris quadratum 4 ſcilicet 16, per 5. Nim rum quòd quater quinquies quatuor idẽ efficiant quod quinquies quater quatuor.

Per hunc Diuiſorem, qui eſt Triplum Quadrati Quotientis, diuides numerum ſibi ſuprascriptum, adiecta tamen conditione ſequenti.

	1 4
	~~5~~ ~~7~~ 0 6 3 6 2 5
	• • •
	9 Triplum
	27 Diuiſor (3

Diligenter conſidera quoties Diuiſor hic in numero ſuprapoſito contineri poßit: hunc Quotientem adſcribe priori, verſus dextram. Deinde hunc Digitum ſiue Quotientem inuentum, duc in Diuiſorem: productum eidem Diuiſori ſubijce. Mox eundem Digitum ſeu quotientem duc in ſe, ſiue (vt vocant) quadra: quadratum deinceps in Triplum: productum huic Triplo ſubijce. & loco inferiori quàm prius productum. Tandem eundem Digitum ſeu Quotientem cubica, hoc eſt, multiplica in ſe, rurſumq́; in productum: Cubicum hunc ſub puncto notato, & loco infimo. Tria igitur hac producta in vnam ſummam collecta, eo tamen ordine quo ponuntur, ſi poſſunt à ſuperioribus ſubduci, ſubduc: & reſiduum ſuprascribe. Sin minus, minuendus eſt Digitus ille Quotientis eouſq́;, ac tentandum per multiplicationem ac additionem, quò ſubduci poſsit à ſuperiori: manente ſemper Diuiſore &

& Triplo. Vt in noſtro exemplo, tripla Quotientē, ſcilicet 3: exurgunt 9: quæ ſcribe ſub 6, deinde multiplica eadem 3 in 9, exeunt 27: quæ collocantur vna figura deinceps verſus læuam, & loco inferiori. Diuide igitur 140 per 27: atq; comperies quater contineri in 140. Scribe igitur 4 apud 3. Iam multiplica 4 in 27: exeunt 108: q̄ notanda ſunt ſub 27. Secūdò multiplica 4 in ſe quadratè, exeunt 16: hæc duc in Triplum, ſcilicet 9 exurgunt 144, collocanda ſub Triplo. Tertiò multiplica 4 in ſe cubicè, exeunt 64, ſtatuenda ſub puncto: tandem collectis his tribus productis in vnam ſummam, prodeunt 12304: Quæ aufer ex ſuperioribus, ſupraſcripto reſiduo, 1759.

1
~~1~~ ~~4~~ 7 5 9
~~4~~ ~~1~~ ~~0~~ ~~6~~ ~~3~~ 6 2 5
· · ·
9
27 Diuiſor. (34

108
144
164 Cubus.

12304 Summa.

Hæc igitur ſumma eſt totius operationis. Nam quicquid deinceps reſtat, ne puncto quidem differt à iam dicto Canone. Ne tamen per ſocordiam videa-

mur defuiſſe ſtudioſis, repetemus operationem Canonis per exemplum propoſitum.

Tripla igitur totum Quotiẽtem, ſcilicet 34: exeunt 102: quæ colloca ita, vt prima ſit ſub figura quæ proximè ſequitur punctum præcedens, reliquæ ex ordine: Deinde rurſus multiplica totum Quotientem, nẽpe 34, in Triplum, ſcilicet 102: ſurgũt 3468: ea colloca ſub Triplo: verùm vt vno loco poſt Tripli initium ſumat exordium: Hic igitur numerus Diuiſoris vice fungitur. Vide iam quoties in ſuperiori contineatur. Quoniam ergo 3 in 17 tantùm quinquies habentur, adiunge 5 ad Quotientem: deinde multiplica 5 in 3468 Diuiſorem: hinc creſcunt 17340, collocanda ſub Diuiſore. Secundò multiplica Quadratum eiuſdem Digiti poſtremò ad Quotientem additi, (quod eſt 25.) in Triplum, ſcilicet 102: naſcuntur 2550, notanda ſub Triplo. Tertiò, duc eadem 5 iam poſtremò in Quotientem poſita, in ſe bis, hoc eſt, cubicè: oriuntur 125, ſtatuenda ſub puncto. Tandem tria hæc procreata ſiue producta, in vnam ſummam collecta, eo ordine quo poſita ſunt, efficiũt 175962 5: q̃ ex ſuperioribus extracta, nihil reliquunt. Quod indicium eſt, numerum propoſitum ab initio fuiſſe verè Cubicum. Atque iam inueniſti Radicem Cubicam eius eſſe 345.

Hic

```
 1   7   5   9
 4 1 0 6 3 625
 .       .    .
        102
  3  4  68   (345
---------------------
 1 7  3  4 0
      2  5 5 0
           1 2 5
---------------------
 1 7 5 9 6 2 5
```

Hîc quoque idem notādum, qđ in Quadratis monuimus: dum per diuiſionē nullus Quotiens inueniri poteſt, ſcribendum eſſe in Quotiente Cyphram o, ac tum rurſus incipiēdum à Canone: primò triplando, triplum verò ſub figura proxima à puncto præcedente ponendo, ac reliqua ex ordine. Vide exemplum ſequens, 129554316: Huius Radix eſt 506: ac reſtant 100. Item huius 8061234, Radix eſt 200: reſtant verò 61234.

Atque ideo huiuſmodi Numeri non ſunt Cubici, neque eorum Radix vnquam inueniri poterit, quin ſemper vel minimum deſit vel ſuperſit. In partibus ſiue Fractis tamen exactè vſque adeò inquiri poteſt Radix eorum Cubica, vt parum omninò & ſenſum fugiens deſideretur: Quod hoc pacto fit: Multiplica Nominatorem Fractionis in ſe Cubicè: hoc productū duc in Numerum cuius Radix inuenienda proponitur: totius huius ꝓducti inquire Radicem Cubicam: ea oſtēdet quot tales particulas, quales ſcire voluiſti, contineat Radix.

Exempli gratia, Volo inquirere quot centeſimas habeat Radix Cubica de 623: ob id duco in ſe Cubicè 100: fiunt 1000000: per hunc multiplico 623: exurgunt

gunt 6230000000: huius Radix Cubica, eſt 854: & reſtant 164136. Pronuncio igitur Radicem Cubicam de 623 eſſe $\frac{854}{100}$: hoc eſt, 8 integra & $\frac{54}{100}$: quæ valent dimidium & $\frac{1}{25}$. Ita potes non ſolùm centeſimas partes, verùm milleſimas & milleſimarum milleſimas inquirere: & non ſolùm in Integris, verùm etiam in Fractis ſiue Minutijs.

DE PARTIBVS SIVE minutijs.

Si partium Radicem Quadratam vel Cubicam inuenire deſideras: quære Radicem Numeratoris, & Radicem Denominatoris: quæ duæ Radicem explicabunt: Vt Radix Quadrata de $\frac{16}{25}$, eſt $\frac{4}{5}$. Item Radix Cubica de $\frac{27}{64}$, ſunt $\frac{3}{4}$. Cùm verò alter eorum Radice caruerit, fruſtrà inquiras in altero. Vt $\frac{16}{27}$, quanuis Radix Quadrata de 16 detur: quoniam tamen 27 Radicem Quadratam non habent: dico fractionem Radice carere. Contrà, 27 quanuis Radicem habeant Cubicam: tamen fractionem carere dico Radice Cubica: quia 16 non habent Radicem Cubicam. Ita $\frac{16}{27}$ neq; Radicem Cubicam, neq; Quadratam habent. Poteſt tamen in huiuſmodi inquiri radix in minimis particulis, & ad ſenſum non fallens, per Regulam antea datam de Surdis numeris in integris.

Aut

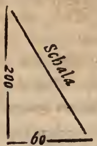
Aut ſi breuiori via lubet hoc negocium abſoluere: Præpone & Numeratori & Denominatori aliquot Cyphras: vtriuſq; tamen æquè multas. Deinde vtriuſq; quære Radicem, eritq; Radix Numeratoris, Numerator: & Radix Denominatoris, Denominator: Minutiarum Radicem explicantium. Vt libet ſcire Radicem quadratam dodrantis, ſiue $\frac{3}{4}$, præpono & Numeratori & Denominatori quatuor Cyphras, hoc pacto, $\frac{30000}{40000}$, Deinde quæro Radicē ex 30000: quam colligo 173. Simili modo quæro Radicem ex 40000: quæ valet 200: Vnde concludo Radicem quadratam ex $\frac{2}{4}$ eſſe $\frac{173}{200}$.

Qualiter verò aliæ Radices Numerorum, quales ſunt Quadrata Quadratæ, Quadrata Cubicæ, Surſolida vt vocant, ac aliæ omnes in infinitū, inquirantur, dicemus, ſi Deus annuerit, cùm de Regula Algebræ, ſiue Coſæ tractabimus ſeorſum. Iam breuibus aliquot Quæſtionibus vſum harum oſtendemus: qui tamen in Geometria ac Aſtrologia, in immenſum patet.

Cum numeri accommodantur ad materiā Phyſicam, quæ requirit dimenſionem magnitudinis: opus eſt præmiſſa cognitione Geometriæ: Talis verò Arithmetica dicitur practica ſeu Logiſtica: Alioqui cum de numeris tantum agitur, illi nihil flagitant præſidij ex Geometria. IOAN. STEIN.

Quæſtio prima.

Tur.



Foſſa

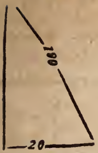
Turris quadam alta 200 pedes, in ambitu habet foſſam 60 pedum: Iam ab vlteriori ripa ad cacumen turris fabricanda ſcala eſt: Eius longitudinem ſic inuenies: Multiplica 200 in ſe quadratè, exurgunt 40000: Similiter 60 in ſe: efficiunt 3600: quæ adde ad prius Quadratum, nempe 40000: exurgunt 43600: huius Radix Quadrata, ſcilicet 208 $\frac{1}{4}\frac{3}{1}\frac{6}{7}$ quaſi, oſtendit longitudinem ſcalæ fabricandæ. Cuius ratio eſt, quoniam hîc intelligitur Trigonum rectangulum, cuius duo Quadrata minorum laterum perpetuò tantundem faciunt, quantum maximi lateris Quadratum, per penultimam primi Euclidis.

Quæſtio ſecunda.

Ex eodem fundamento, Si habeas ſcalam 100 pedum, eamq́; remoueas 20 pedibus à turri: ſcies quantum protenditur in turrim.

IOAN. STEIN. Hoc eſt, quanta ſit altitudo turris.

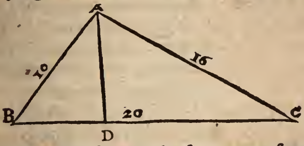
Multi-



Multiplica enim 100 in ſe: fiunt 10000: ſimiliter 20, ſiunt 400: quæ aufer ex 10000, reſtant 9600: cuius Radix Quadrata per modum iam traditum inuẽta, indicabit quãtum in turri protenditur ſcala: nempe paulò minùs 98 pedibus.

Quæſtio tertia.

Proponitur ager trigonus non rectangulus, cuius tria latera ſunt nota, 16, 10, 20: Verùm capacitas ſiue quantitas agri triangularis non poteſt commodè ſciri, niſi cognita linea perpendiculari, ex angulo ma-



iori ad latus oppoſitum, qualis eſt A D: quam ſi multiplicaueris in medietatem B C, exurgit vera area aut ſuperficies agri. Ergo vt lineam A D per numeros inuenias, per decimamtertiam ſecundi Euclidis, Multiplica vnumquodque latus in ſe, fiunt 100, 256, & 400: deinde adde duo maiora Quadrata, ſcilicet

256, cum 400 exurgunt 656. Hinc aufer minimum Quadratum: ſcilicet 100: reſtant 556: hæc media ſemper, fiunt 278: ea diuide per maximum latus, ſcilicet 20, fiunt 13 $\frac{9}{10}$, linea D C: maior ſcilicet portio baſis: ergo reliqua B D, 6 $\frac{1}{10}$. Iam vt habeas lineam A D, duc in ſe 6 $\frac{1}{10}$: fiunt 37 $\frac{21}{100}$: Item duc in ſe 10: fiunt 100: aufer minus à maiori, reſtant 62 $\frac{79}{100}$, cuius Radix Quadrata longitudinem A D, perpendicularis oſtendit: videlicet circiter 7 $\frac{9}{10}$ & $\frac{19}{79}$ vnius decimæ: quæ ſi multiplices per dimidium baſis, nempe 10: exurgunt 79. tantum continet area trigoni, ac amplius paulò plus $\frac{1}{4}$.

Alia via.

Idem aliter efficies ſine cognitione perpendicularis, hac via: Adde omnia latera, exeunt 46: hæc media fiunt 23: hinc aufer ſingula latera, reſtant 13, 7, 3: hæc tria reſidua duc in inuicem: primùm 13 per 7, fiunt 91: hæc per 3, fiunt 273. Hoc productum rurſus multiplica per medietatem omnium laterum 23, producuntur 6279: huius Radix Quadrata 79, paulò plus $\frac{1}{4}$ quantitatem areæ oſtẽdit. Si velis hanc Quæſtionem clariùs intueri per numeros non ſurdos, tum ſtatue latera 15, 20, 25, ſic inuenies aream 150.

Quæſtio quarta.

Vas ſphæricum quoddam continet 60 ſextarios li-

liquoris: eius diameter 14 palmos obtinet. Conficiendum eſt Cubicum corpus eiuſdem capacitatis cum ſphærico: quæritur longitudo Cubici corporis. Hoc vt efficias, inquiras capacitatem ſphæræ ex Diametro nota. Exempli gratia, ſtatuta eſt 14 palmorum: hos multiplica bis in ſe, hoc quod vocant, cubicè: fiunt 2744: deinde per Regulam Geometriam ex Archimedis inuentione repertam, duc 2744 in 11, exurgunt 30184: ea diuide per 21, iuuenies 1437 $\frac{1}{3}$. Hanc enim volunt eſſe capacitatem ſphæræ, ſecundum Diametrum notam: hoc eſt, ſphæram & Cubum, ſi eiuſdem altitudinis fuerint, eſſe in proportione 11 & 21. Igitur ſi Radicem Cubicam de 1437 $\frac{1}{3}$ inquiras, habebis latus Cubici corporis, quod æquale fiet ſphærico, ſcilicet 11 palmos, & $\frac{7}{25}$ quaſi.

AT quoniam harum quæſtionum Geometricarũ enodationes, Geometriæ non mediocrem requirunt peritiam: in præſentiarum miſſas has facere ſtatuimus: ac ad libellum de Geometriæ praxi ſeruare.

Et iam finem facerem, niſi in memoriam veniret promiſſionis de Regula Falſi, quà ratione ea liceat vti in exemplis ſecundæ, tertiæ, & quartæ regulæ, quã vocãt Coſſæ, quod ante nos nemo tentauit. Verùm vt rem breuibus accipias, proponẽda priùs Exẽpla ſunt.

Eſt area quædam quadrangularis, continens in ſuperficie 200 cubitos quadrangulos: eius longitudo eſt dimidio maior latitudine: Quæritur & longitudo & latitudo. Per Regulam ergo Falſi, pone lati-

tudinẽ 4 cubitorum: erit longitudo 6: duc in inuicẽ, exurgunt 24: debebant eſſe 200: abſumus igitur à ſcopo 176. Rurſus pone latitudinem 20, erit longitudo 30: duc hæc in inuicẽ, exurgunt 600: excedunt ſcopum 400. Huc vſq; omnia Regulæ falſi conſonant. Sed iam multiplica Hypotheſes in ſe quadratè, 4 ſcilicet & 20: fiunt 16 & 400: hæc Quadrata ſint tibi Hypotheſes, ac deinceps cum differentijs 176 & 400 operare, vt in Regula Falſi docuimus: Multiplica ſcilicet 16 per 400: fiunt 6400: ſimiliter 400 in 176: fiunt 70400: hæc adde: exurgunt 76800: Similiter adde differentias: fiunt 576. Diuide iam 76800 per 576: habes 133 $\frac{1}{3}$: huius quære Radicem Quadratam: ea latitudinem tibi oſtendet, ſcilicet 11 $\frac{27}{50}$ paulò plus. Ergo longitudo 17 $\frac{1}{100}$ paulò plus. Hi duo numeri in inuicem ducti, 200 ferè conſtituunt. Neq; vnquam vera longitudo aut latitudo numeris exprimi poteſt.

REGVLA FALSI VNIVS poſitionis.

HAEc exempla & plura alia commodius faciliusq; fient per vnam poſitionem. Cùm enim operatus fueris cum hypotheſi data ad finem vſque Quæſtionis ſecundum tenorem Exempli, ſi non aſſecutus es ſcopum, tum diuide numerum propoſitum, qui tanquàm Regula proponitur, per vltimum tuæ operationis numerum: producti quære Radicem, ſi exem-

exemplum fuit ſecundæ regulæ Coſæ: aut Cubicam, ſi tertiæ: aut deniq; Radicis radicem, ſi quarta fuit: per radicem multiplica primum numerum poſitum à te, prouenit numerus quæſitus.

Quod prius propoſitum fuit repetamus. Sit ergo latitudo 10, erit longitudo 15: quæ duc in inuicem, prouenit 150. Sed debebant eſſe 200. Diuide igitur 200 per 150. prouenit $1\frac{1}{3}$: cuius ſi Radicem multiplices per 10, prouenit $11\frac{1}{2}\frac{2}{3}$ quaſi, quæ parum à ſuperiore differunt.

Eſt autem hæc Regula ex Regula proportionum, ſiue de tribus numeris formata. Vnde quoque alio poteris operari modo. Dices enim, ſi 150 prodierunt ex 10 longitudine, vnde ſurgent 200? Verùm in hoc propoſito neceſſe eſt hypotheſim, ſcilicet 10, in ſe ducere, vt fiat numerus ſuperficialis, hoc eſt, ex duorum multiplicatione productus: quales ſunt & reliqui numeri in Regula poſiti. Eſt enim proportio inter quantitates eiuſdem generis tantùm. Ergo duc 200 in 100: fiunt 20000: quæ diuide per 150, collige $133\frac{1}{3}$. huius quære Radicem: ſic colliges longitudinem 11 cubitorum & $\frac{1}{2}\frac{2}{3}$ fermè. Eodem modo in alijs agito.

Tres ſunt Numeri in dupla proportione: ſi Quadrata eorum coniungantur, efficiunt 189: Finge primum 2: erit ſecundus, 4: tertius, 8: Quadrata ſunt 4, 16, 64: quæ ſimul reddunt 84: Sed debebant eſſe 189. Diuide igitur 189 per 84: proueniunt $\frac{9}{4}$: cuius radix

dix $\frac{3}{2}$: quæ duc in primum, ſcilicet 2: proueniunt $\frac{6}{2}$ ſiue 3: qui erit primus numerus. ſecundus, 6: tertus, 12: Quadrata 9, 36, 144: quæ ſimul faciunt 189, vt volebat Quæſtio.

Emi 60 vlnas panni pro aliquot aureis: qui quot numero ſunt, tot vlnas habeo pro 15 aureis. Volo ſcire aureorum ſummam. Pone 20. Iam dic, 20 aurei dant 60 vlnas, quot 15 aurei? facit 45 vlnas: at debebant eſſe 20 tantum vlnæ, quot ſcilicet ſunt aurei. Diuide igitur 45, quia hic eſt tanquam ſcopus propoſitus, per 20, Hypotheſim ſcilicet: proueniunt $\frac{9}{4}$: quorum radix valet $\frac{3}{2}$: quæ duc in 20, proueniunt 30 Aut pone precium panni 20 aur. Deinde dic, 60 vlnæ conſtant 20 aur. quanti 20? prodibunt per Regulam $\frac{20}{3}$. Iam dic, $\frac{20}{3}$ prodeunt ex 20, ex quibus prodibunt 15? Duc Hypotheſim in ſe: fiunt 400: hæc duc in 15: productũ diuide per $\frac{20}{3}$: prodeunt 900: quorum Radix eſt 30, qui eſt numerus quæſitus.

Quadratum propoſitum eſt, quod 154 obtinet pedes: Volo ex Archimedis Regula Circulum illi æqualem deſcribere: quæro quanta debeat eſſe Diameter: Finge 7 pedum: igitur ſecundum Archimedis inuentum, Peripheria habet 22, area 38 $\frac{1}{2}$: Sed debebant eſſe 154. Igitur diuide 154 per 38 $\frac{1}{2}$: proueniunt 4: horum radix valet 2: quæ duc in 7: proueniunt 14. tantus erit Dimetiens.

Mer-

Mercatores aliquot inito conſortio, adferunt ſinguli decies tot aureos quot ſunt mercatores: lucrantur centenis ſingulis aureis bis tot aureos, quot ſunt mercatores: lucri dimidium oſtendit quantum quiſque attulerit: Quæſtio eſt de numero mercatorum, & aureorum. Demus igitur 5 fuiſſe mercatores: adſerunt ſinguli 50 aureos: ſumma producit 250 aureos. Lucrantur per 100, 10 aureos, quantum per 250? facit 25. huius dimidium 12 $\frac{1}{2}$ debebat oſtendere quantum quiſque attulerat, ſcilicet 50. Diuide igitur 50 per 12 $\frac{1}{2}$: proueniunt 4: quorum Radix Quadrata 2, ducta in 5, facit 10 mercatores.

Conſumpti ſunt in ſympoſio 75 denarij: ſoluit quiſq; cõuiuarum tertiam partem numeri illius qui conuiuas exprimit, quot erant conuiuæ? & cætera. Finge 12: ergo quiuis ſoluit 4 denarios, vtpote $\frac{1}{3}$ de 12: quæ duc in 12: exeunt 48: Debebant autem perſoluere 75. Diuide igitur 75 per 48 proueniunt $\frac{25}{16}$: cuius Radix $\frac{5}{4}$. ea multiplica in 12, exurgunt 15 conuiuæ.

Mercatores quidam ignoto numero, inito conſortio conferunt ſinguli decies tot aureos, quot ipſi ſunt numero mercatores: lucrantur ſingulis centenis totidem aureos quot ſunt homines ipſi numero. Iterum ſolo lucro negociantur, & lucrantur ſingulis centenis vt prius: compertum autem eſt, ſortem ipſam vigeſies & quinquies tantùm valere quantùm, lucri lucrum: quot erant negociatores? &c. Finge

10: er-

10: ergo ſinguli contribuunt 100: ſumma facit 1000. Lucrantur per 100, 10 aureos: ergo per 1000, lucrantur 100. Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur 10: quæ debebant eſſe viceſima quinta pars ſortis, ſcilicet 1000: Sed viceſima quinta pars eſt 40. igitur diuide 40 per 10: fiunt 4: quorum Radix Quadrata 2, ducta in 10, facit 20 mercatores. Adfert quiſq; 200 aureos: ſumma 4000: lucrantur per 100, 20: ergo per 4000, 800. Hoc lucro rurſus negociantur, ac lucrantur 160: quæ multiplicata per 25, efficiunt ſortẽ præſcriptam 4000.

EX TERTIA REGVLA COſæ, ſiue Algebræ.

IN *tertia Regula Algebræ vbi priùs multiplicaſti quadratè, hic multiplica cubicè: hoc eſt, bis in ſe. Simili ratiõe vti præcedenti Regula Radicem Quadrata inquiſiuiſti: hic Cubica inquirenda eſt: cætera non mutantur, ſiue per vnam poſitionem, ſiue per duas operatus fueris.*

Murus eſt extruendus Quadratus, qui contineat 432 lapides Cubicæ figuræ. Volo autem vt longitudo latitudini ſit æqualis: ſed altitudo, $\frac{1}{4}$ longitudinis: quæro quæ ſit longitudo, latitudo, & altitudo? Fingé longitudinem 4, & latitudinem ſimiliter 4: erit altitudo 1. Multiplica igitur longitudinem per latitudinem, 4, per 4: exurgunt 16: ea duc in altitudinem, 1 ſcilicet: manent 16: Debebant autem eſſe 432. Igitur

tur diuide 432 per 16: exurgunt 27: quorum Radix Cubica 3, ducta in 4, facit 12. tanta erit longitudo & latitudo: altitudo 3.

Murum conſtruere ſtatui, cuius longitudo latitudine ſiue craſſitie ſit dimidio maior: & altitudo dimidia parte maior longitudine: continebit autem in ſumma 5832 lapides cubicos: hoc eſt, hexedros, ſiue ſex ſuperficierum æqualium, & laterum æqualium: quæritur longitudo, latitudo, & altitudo. Finge minorem nempe craſſitiem, 2: erit longitudo 3: altitudo, $4\frac{1}{2}$: duc hos in inuicẽ, ſcilicet 2 in 3, fiunt 6: hæc per $4\frac{1}{2}$, exurgunt 27. Debebant autem eſſe 5832. Hæc igitur diuide per 27, exurgunt 216: harum Radix Cubica 6, ducta in primam Hypotheſim, ſcilicet 2, facit 12: ea erit craſſitudo, longitudo 18.

Quidam incerta pecuniæ ſumma emit piperis tot Lib. pro vno aureo, quanta eſt medietas aureorum omnium: Vendens deinde piper, accipit pro 25 Lib. tot aureos quot ab initio expendit: ac in fine 20 tantùm aureos habuit. Quæritur & pecuniæ & piperis quantitas. Finge ipſum 50 habuiſſe aureos: ergo pro vno aureo emit 25 Lib. piperis: ſi pro vno 25, quantũ 50? facit 1250 Libr. piperis. Vendit 25 Lib. pro 50 aureis: ergo 1250 pro 2500. Sed debebat habere tantùm 20 aureos. Diuide igitur 20 per 2500: producuntur $\frac{20}{2500}$, ſiue $\frac{2}{250}$, aut tandem $\frac{1}{125}$. huius Radix Cubica valet $\frac{1}{5}$. hanc duc in 50, exurgunt 10 aurei, quos ab initio habebat mercator.

Vt

Vt autem poſsis notare, quænam Exempla ſint primæ Regulæ Algebræ, quæ ſecundæ, & quæ tertiæ, & cætera, hoc eſt, in quibus ſit inquirenda Radix Quadrata, in quibus Cubica, & ſic de reliquis: nota diligentiſsimè operationis proceſſum. Nam ſi theſis ſeu poſitio non multiplicatur per alium numerum, tunc ſub prima Regula cadit Exemplum: nec opus eſt Radicis extractione. Si verò ſemel multiplicatur ꝑ aliũ, ex progreſſu operationis inuentum: tum incidiſti in ſecundam regulam Algebræ. ac opus erit Radicis Quadratæ inuentione. Quòd ſi poſitio in alium per operationem inuentum ducitur, & productum rurſum vel pars eius in alium: tunc Cubica Radice opus eſt? Similiter iudicabis de reliquis Regulis ſeu Radicibus ſecundum multiplicationis repetitionem.

EX QVARTA REGVLA Coſæ.

ET hic idem modus operandi eſt, qui in præcedentibus, tantùm mutato nomine Cubi in Quadrati quadratum: & Radicis Cubicæ in Radicis radicem. Vocamus autem Quadrati quadratum, numerum, qui ex ductu Quadrati alicuius in ſe ipſum producitur. Vt cùm 9 ſint Quadratum de 3, erunt 81 Quadrati quadratum: & ratione hac, 3, Radicis radix de 81. Radix enim de 81, valet 9, huius item Radix 3.

Duo ſimul inſtituunt negociationem: ſed prior quæ-

quadruplo plus habet pecuniæ quàm alter: Emit idē piperis tot Libr. pro vno aureo, quot habet in ſumma aureos: Deinde rurſus vendens piper, accipit pro 16 Lib. piperis, tot aureos, quot valet centeſima pars Librarum piperis. Alter emit crocum, pro vno aureo tot Lib. quot habet aureos. Vendens crocum, accipit pro vna Libr. croci dimidio plus quàm prior accepit pro 16 Lib. piperis. Tandem nummos computantes, inueniunt 250. Quæritur vtriuſque ſumma. Finge priorem habuiſſe 80: ergo poſterior 20. Item, emit prior pro vno aureo 80 Libr. ergo pro 80 aureis 6400 Libr. Vendens iam piper, accipit pro 16 Lib. 64 aureos, vtpote centeſimam de 6400. Iam dic, 16 valent 64, quantum 6400? facit 25600. Alter emit crocum, pro vno aureo 20 Lib. ergo pro 20 aureis 400 Libr. vendit vnam libram dimidio pluris quàm prior 16 Libras piperis, ſcilicet pro 96. Iam dic, 1 Lib. pro 96 aureis, quanti 400? facit 38400. Hanc ſummam coniunge priori, ſcilicet 25600: facit 64000, ſed debebant eſſe 250 tantùm. Igitur diuide 250 per 64000: fiunt $\frac{250}{64000}$ *quæ valent* $\frac{1}{256}$. *Huius Radicis radix eſt* $\frac{1}{4}$ *nam Radix prior 256. eſt 16: cuius deinde Radix valet 4. Vnitatis autem Radix ſemper eſt 1. Quòd autem in hac Quæſtione opus ſit extractione Radicis Quadratæ ex quadrata, id in operationis progreſſu colligitur, vt monuimus, ex multiplicationis repetitione. Vt cùm dicis, emit pro vno aur. 80 Libras: ergo pro 80 aureis, 6400 Lib. Hîc vnam multiplicationem perfeciſti. At cùm dicis, 16 valent 64, quantū 6400?*

facit 25600. Hîc triplicem fâcis multiplicationem, eò quòd duo numeri propoſiti in regula, ambo ſint ſemel multiplicati. Nam 6400, excreuerant ex ductu 80, in 80. Item 64, erant centiſſima pars ex 6400: pars verò & totum, eiuſdem hic æſtimantur natura: ſicut qualibet pars lineæ, linea eſt: & pars ſuperficiei, ſuperficies. Hoc autem admonere volui, quia difficultatem habet non exiguam. Igitur multiplica 80 per $\frac{1}{4}$: proueniunt 20 aurei pro priore, 5 pro altero: Emit prior pro vno aureo 20 Lib. ergo pro 20 aureis 400 Lib. Accipit pro 16 Lib. piperis, 4, nempe centeſimam partem de 400, igitur pro 400 libris, 100 aureos. Alter emit croci 5 Lib. pro vno aureo: igitur pro 5 aureis, 25 Lib. Vendit vnam Lib. pro 6 aureis: hinc eſt quòd 25, pro 150, vendidiſſe conſtet. Iam 150 cum 100 autem, efficiunt 250 aureos. vti voluit Quæſtio.

Hæc adijcere tempeſtiuum mihi videbatur, vt Radicum vſum nonnihil declararem: quas alioqui niſi huiuſmodi illecebris allecti fuerint, multi tanquam Cyclopum ſcopulos penitus fugiunt. Scio equidem, & fateor, nihil iſta eſſe ad perfectionem illam Regulæ illius diuinæ Algebræ: quum multa ſint erotemata ſimilia etiam ſecundæ vel primæ regulæ, quæ ſine Algebræ perfecta cognitione abſolui nequeunt: vt interim omittam omnia quintæ, ſextæ, ſeptimæ, ac reliquarum Regularum Exempla: quæ perpulchrè Chriſtophorus Ianuer in ordinem digeſſit, & Hieronymus Cardanus profundiſ-

diſsimis adinuentionibus ampliauit. Sed hæc veluti præambula ac progymnaſmata ſint ad illa altiora, quæ aliquando, Deo fauente, in lucem dabimus faciliori (vt ſperamus) ordine ac methodo, quàm hactenus tractata licuit videre.

DE PROPORTIONE, PARS QVARTA.

PRoportionem appellant Mathematici diuerſarum quantitatum ad inuicem habitum, ſeu rationem, Euclides λόγον appellat. Ac primùm in triplicem diſtinguitur: In Muſicam videlicet, quæ concentuum ſeu tonorum adinuicem ſymmetriam tractat: In Arithmeticam, quæ ſecundum qualitatem exceſſus proportionem metitur: veluti ſi dicat quis, 12 ad 8, eã habere rationem quam 16 ad 12, eo quòd vterque exceſſus æqualis ſit. Demùm in Geometricam, quam in præſentiarum tractamus: Ea eſt duarum eiuſdem generis quantitatũ certa adinuicem habitudo. Diuiditur in duplicem proportionem: nempe Aequalitatis & Inæqualitatis. Proportio Aequalitatis, eſt dum duæ quantitates æquales adinuicem cõparantur: vt 6 ad

6,100 ad 100. De hac nihil amplius dicendum eſt.

Proportio inæqualitatis, quæ eſt dum duæ inæquales quantitates, eiuſdem tamen generis, adinuicem conferuntur: Diuiditurq́ in proportionem maioris Inæqualitatis & minoris: Quæ ſanè non alia ratione diſsident, quàm quòd in illa maior ad minorem confertur, vt 6 ad 1, ſextuplam habet proportionem: contrà 1 ad 6, proportionem ſubſextuplam habet, atque hæc minoris Inæqualitatis eſt. Verùm cùm hæ nō differant niſi per dictionem, ſub, quam minori ſempèr addunt: quicquid de vna dicitur, de altera intelligendum eſt pariter.

Proportio igitur maioris Inæqualitatis & minoris diuiditur in quinq; ſpecies præcipuas: ſcilicet Multiplex, Superparticulare, Superpartiens: Multiplex ſuperparticulare, & Multiplex ſuperpartiens.

Multiplex, eſt cùm maior minorem aliquoties exactè continet, idque amplius quàm ſemel. Veluti 10, ad 5: item 8 ad 2. Cùm igitur maior minorem bis continet exactè, tunc vocatur Dupla proportio: ſi ter, Tripla: ſi quater, Quadrupla: ac ſic de reliquis ex ordine.

Superparticularis Proportio eſt, quum maior quantitas minorem continet ſemel, ac vnam tantùm particulam minoris: Veluti 3 ad 2, proportionem habet Seſquialteram: 4 ad 3, proportionem Seſquitertiam: 11 ad 10, proportionem Seſquidecimam: Ita enim nomina imponuntur omnibus. Verùm hîc notandum eſt, huiuſmodi numeros ad minimam habitudinem reduci debere. Quod facilè fit, diuiſ[illegible] maiore

m-

quātitate per minorem, & fractione reſidua reducta ad minimos numeros, quibus ſcribi poßint, per Canones in Minutijs datos. Vt ſi proportionem quæ eſt inter 15 & 12 explicare placet, diuide 15 per 12, exurgunt 1 $\frac{1}{4}$, eſt igitur Proportio Seſquitertia. Item 16 ad 14 proportionem habet 1 $\frac{1}{7}$: hoc eſt Seſquiſeptimā: ac ſimili via de alijs iudicandum. Initium enim nominis, eſt ſemper dictio ſeſqui: deinde à Denominatore Fractionis ex diuiſione prouenientis perficitur.

Superpartiens, eſt cùm maior quantitas minorem ſemel complectitur, ac inſuper aliquot minoris particulas: Vt 5 ad 3, proportionem habet Superpartientem tertias. Continet enim 5 ſemel 3: ac inſuper 2 tertias. Nomen igitur huius Proportionis à ſuper, initium ſumit: medium eſt ex Numeratore Fractionis ex diuiſione ꝓuenientis: clauditur verò à Denominatore eiuſdem Fractionis. Veluti ſi proportionem vis explicare, quæ eſt inter 7 & 4: diuide 7 per 4: prodeunt 1 $\frac{3}{4}$. Vocatur igitur Proportio, Supertripartiens quartas. Item 34 ad 20, Proportio eſt Superſeptupartiēs decimas, vel ſuperpartiens ſeptē decimas, quæ ſic ſcribitur $\frac{7}{10}$ Simili via in alijs procedendum.

Multiplex ſuperparticularis Proportio, eſt cùm maior minorem aliquoties continet, idq́; amplius quàm ſemel, ac præterea vnam minoris particulam. Atque hîc vt Proportio eſt ex duabus prioribus prius dictis compoſita, ita nominis quoque ratio ex illis habetur, diuidendo maiorem per minorem. Vt ſi propor-

tionem quæ eſt inter 15 & 7, explicare volueris, diuide 15 per 7, fiunt 2 $\frac{1}{7}$. Eſt igitur Proportio Dupla ſeſquiſeptima. Item 18 per 4, Proportio eſt 4 $\frac{1}{2}$: hoc eſt Quadrupla ſeſquialtera. Atque hinc non difficile eſt in alijs ſimiliter nomen inuenire.

Multiplex ſuperpartiens, eſt cùm maior minorem amplius quàm ſemel complectitur, & præterea aliquot minoris particulas. Et hic nomen ex duabus prioribus Proportionibus ſumitur. Vt proportio 11, ad 4, cognoſcitur, ſi diuidas 11 per 4, exeũt 2 $\frac{3}{4}$: hoc eſt, dupla ſupertripartiens quartas. Item 19 ad 5, rationem habet 3 $\frac{4}{5}$, hoc eſt, Triplam ſuperquadripartientem quintas, ſiue ſuperpartientem quatuor quintas. Eadem ratio in alijs eſt.

DE PROPORTIONE fractorum, ſiue Minutiarum.

QVemadmodum Integrorum Proportiones dignoſcuntur diuidendo maiorem per minorem: eadem via Partium ſeu Minutiarum habitudines noſcuntur per Diuiſionem eam quæ in Fractis dicta eſt. Veluti $\frac{2}{3}$ ad $\frac{5}{6}$ proportionem habet ſubſeſquiquartam: quia $\frac{5}{6}$ diuiſæ per $\frac{2}{3}$, efficiunt 1 $\frac{3}{12}$, ſiue 1 $\frac{1}{4}$. Similiter 3 ad $\frac{2}{3}$, rationem habet Quadruplam ſeſquialteram: 3 enim diuiſa per $\frac{2}{3}$, efficiunt $\frac{1}{2}$.

QVA

QVA RATIONE PROPORtio quæuis continuò extendatur.

Datis duobus numeris ſub certa habitudine, ſi vis tertium illis adiungere, qui ſub eadem Proportione ſe habeat ad ſecundum, qua ſecundus ad primum: tum duc ſecundum in ſeipſum, productum diuide per primum. Exempli cauſa, Volo tertium numerũ inuenire in ea Proportione qua ſe habẽt 2 & 6. Duc in ſeipſum 6, fiunt 36: ea diuide per 2, fiunt 18: hic erit tertius numerus. Ita ſi libet deinceps quantumuis progredi, duc vltimum numerum in ſeipſum, productum partire per penultimum. Hæc autem Regula pendet ex Regula aurea ſiue proportionum: perinde enim fit ac ſi dicas, 2 lucrantur 6, quantum lucrabuntur 6? Tales autem numeri vocantur proportionales Græcè ἀνάλογοι.

DE MEDIO PROPORtionali.

Medium proportionale vocatur quantitas media inter duas, quæ ita ſe habet ad minorem ſe, quemadmodum maior ad mediam. In numeris inuenitur, ſi ducas primam in vltimam, tum producti Radix quadrata oſtendit medium proportionale. Vt ſi velim inquirere medium proportionale inter 3 & 12, duco 3 in 12, exurgunt 36: quorum Radix eſt 6, medium proportionale inter 3 & 12. Itẽ inter 4 &

9, eadem 6. Inter $\frac{3}{4}$ & 3 Integra, duc 3 in $\frac{3}{4}$, fiunt $\frac{9}{4}$: quorum radix eſt $\frac{3}{2}$: dico hinc $\frac{3}{2}$ media eſſe inter $\frac{3}{4}$ & 3: eſt enim vtrobique Dupla Proportio.

Duo autem media proportionalia inter quoſcunque numeros inuenies hoc pacto: Minorem duc in ſe, productum in maiorem: Quotientis Radix Cubica oſtendit minorem numerum, tanquam medium Proportionale, mediantem, & in Proportione ſecundum. Vt inter 3 & 24, ſic inuenies duo Media. Duc 3 in ſe, ſunt 9: hæc duc in 24, fiunt 216: cuius Radix Cubica 6 eſt. Deinde vt tertium habeas, ex priori Regula, duc 6 in ſe, ſunt 36 & diuide per 3, exeunt 12. Eſt igitur continua Proportio 3, 6, 12, 24. At in multis non dari medium Proportionale, non debet malè habere: cùm id numerorum non ferat natura, vt inter 3 & 8, medium Proportionale eſt Radix Quadrata de 24: verùm hæc in numeris non poteſt aſsignari.

DE PROPORTIONVM additione & ſubtractione.

ETſi aũt vel exiguus vel nullus eſt vſus harum ſpecierum in communi rerum vſu: cùm tamen in Aſtronomicis & Geometricis rebus ſint admodum neceſſariæ, placuit eas non omittere.

Additurus ergo duas magnitudinum Proportiones ſiue habitudines in vnam ſummam, h[illegible] eſt, ex-

pli-

plicaturus eas per alium numerum, qui vtranque rationem complectitur: ſtatue ipſas Proportiones in terminis ſuis in modum Minutiarum, vt anteà docui: Deinde multiplica denominationes has, ſiue (vt alij vocant) terminos in inuicem, quemadmodum in Minutijs diximus: producetur alia Denominatio, ſummam duarum proportionum complectens. Si verò plures fuerint Proportiones, tum primùm prioris terminos in ſecundæ Proportionis terminos multiplica: ſummam hanc in tertiæ Proportionis terminos duc: atque ita deinceps ad finē progredere: poſtrema multiplicatio ſummam oſtendet omnium proportionum.

Exempli gratia. placet colligere ſummam Proportionum, quæ ſunt inter 6, 12, & 18. Cùm igitur primi & ſecundi numeri proportio ſit 2, hoc eſt Dupla: ſecundi verò & tertij, 1 $\frac{1}{2}$: hoc eſt, Seſquialtera: duco 2 in 1 $\frac{1}{2}$ proueniunt $\frac{9}{2}$, hoc eſt Tripla Proportio. Item ſtatuo colligendam ſummam Proportionum quæ ſunt inter 2, 4, 15, 20, 28, ſtatuo primùm terminos, qui ſic ſe habent: 2, 2 $\frac{1}{2}$, 1 $\frac{1}{2}$, 1 $\frac{1}{3}$ 1, $\frac{2}{5}$. Iam duco 2 in 2: exurgunt $\frac{10}{2}$, hoc eſt Quintupla Proportio: deinde hac 5 duco in 1 $\frac{1}{2}$, proueniunt $\frac{15}{2}$: quæ duco in 1 $\frac{1}{3}$ producuntur $\frac{60}{6}$, ſiue 10, hoc eſt Decupla Proportio: deinde 10 hæc duco in 1 $\frac{2}{5}$: prodeunt $\frac{70}{5}$, hoc eſt 14. Dico ergo ſummam omnium Proportionum eſſe Decuplam Quadruplam.

PR.. T. Hæc non eſt legitima Proportionum Additio: Vt tertio Arithmeticæ noſtræ Libro oſtendimus,

Subductionis verò contraria ratio eſt. Nempe diuidendi ſunt termini vnius Proportionis per terminos alterius Proportionis. Sic enim ex ſectione hac producentur termini exceſſum duarum Proportionum ſignificantes. Verùm hîc ante omnia noſſe oportet, vtra proportionum maior ſit: id quod clariſſimè Denominationes ſiue termini earum ſignificant. Maior enim Proportio dicitur, cuius termini maiores ſunt, ſiue cuius Denominatio maior: vtra autem Denominationum maior ſit integris, facilè eſt iudicare: in Minutijs verò artem tradidimus de Minutijs iudicandis.

Itaque vt vno verbo dicam, Subducturus vnam Proportionem ex altera, diuide maiorem per minorem, vel è contra, ſi opus eſt, collocatis ipſis in terminis: tum enim proueniet exceſſus Proportionum. Vt ſubducere volo rationem quæ eſt inter 6 & 15, ab ea quæ eſt inter 4 & 15: hoc eſt, 2 $\frac{1}{2}$, ſiue Duplam ſeſquialteram, ex 3 $\frac{3}{4}$, ſiue Tripla ſupertripartiente quartas: Diuido 3 $\frac{3}{4}$, vel $\frac{15}{4}$, per $\frac{5}{2}$ producuntur $\frac{30}{20}$, ſiue $\frac{3}{2}$: hoc eſt, 1 $\frac{1}{2}$, ſiue ſeſquialtera Proportio. Tantus eſt exceſſus duarum Proportionum dictarum. Quis verò harum ſpecierum vſus ſit, videre licet apud Claudiũ Ptolomæum primo libro Magnæ compoſitionis.

Multiplicationis verò & diuiſionis Proportionum nullum hîc requires artificium, quandoquidem natura

tura

tura rerum non admittit in vſu cõmuni. Poteſt tamẽ ad mentẽ Euclidis proportio quæuis duplari, triplari, & per quemcunq; alium numerum multiplicari, vt ex decima finitione quinti lib. colligere licet. Fiet autem hoc multiplicando toties terminos Proportionis in ſe, quot vnitates numerus multiplicans continet, dempta 1. Vt ſi Proportiones $\frac{3}{2}$, hoc eſt, ſeſquialteram velim triplare, ducam 3 in ſe, fiunt 9: quæ rurſum per 3 multiplicata faciunt 27. Similiter 2, in ſe bis ducta, faciũt 8. Igitur Proportio $\frac{3}{2}$ triplicata facit $\frac{27}{8}$: hoc eſt, Triplam ſuperpartientem tres octauas. Hoc idem poterat per Additionem colligi, vt docuimus. E contrario quoq; ſi velis ad hunc modum Proportionẽ in 2 ſecare: extrahe Radicem Quadratam vtriuſq; termini: ſi per 3 vis diuidere: extrahe radicem Cubicam: ſi per 4, Radicis radicem: ac ſic conſequenter ſeruato naturali ordine. Sed de his ſatis.

De proportionalitatibus verò quas Græci ἀναλογίας vocant, nihil in præſentiarum dicere ſtatui, ne inſtituti mei rationem tranſgrediar. Hæ enim ad opificium numerorum ſiue praxim parum aut nihil conferunt, niſi quis ampliorẽ habeat Geometricarũ demonſtrationũ vſum. Quam ob rem his noſtris bene intellectis, nihil eſt ab alijs deſcriptum in hac arte (dempta illa Regula Algebræ) quin facilè quiuis adſequatur: modò ad regulas à me dictas omnia reducat: id quod exercitatio magis magisq; docebit.

Antè quàm acceditur ad Logiſticã ſed materiatã numer[illegible]rũ tractationem, quæ neceſſariò cõplicatur Geom[illegible]triæ: nullũ penſum priorem habet locum in ſyn- IOAN. STEIN.

ſyncera Arithmetica poſt abſolutas ſpecies 4. quàm doctrina Proportionum. Nam ex his reliquum artificium omne proficiſcitur, vt liquet in regula De tri: & in regula Conſortij ſe prodidit author per allegationem Theorematis. Per ſe autem ſtat omnis Analogia numerorum, nec quicquã indiga eſt peregrini ſubſidij ex Geometria.

DE VSVRA.

Qvanquam Chriſtianis vel nomen Vſuræ debeat eſſe execrandum: cùm tamen neceſſitas multos ad eius vſum cogat, dicam pauca de huius computatione: potiſſimùm vt oſtendam Medij Proportionalis vſum extra Geometriam, de quo nunc tractauimus. Eſt ergo quædam Vſura ſimplex, quæ ſingulis annis aliquam ſortis partem exoluit, vel certis menſibus ſortem æquat. Huius numeratio facillima eſt. Demus enim accepiſſe quempiam 600 aureos ad Vſuram, ea lege vt poſt 100 menſes fœnus ſortem æquet, quæritur quantum quinquennio ſoluet? Si ergo 100 menſes lucrantur 600 aureos, quid lucrifaciunt 60 menſes, ſiue quinque anni? oſtendit Regula 360 aureos: quos vltra ſortem ſoluet, qui ad Vſuram accepit 600 aureos. Vice verſa, ſi quiſpiam ſoluit pro vſura quinq; annorum, 300 aur. quæritur quanta fuerit ſors, permanente eadem conditione Vſuræ? Dices 60 menſes ſoluunt 300 aur. quantum 100? vnde colliges 500 aureos.

Sed alia eſt ratio vſuræ quam Iudaicam vocant: quæ ſingulis annis fœnus adauget: adeò vt fœ[...]oris fœ

nus

nus ſingulis æſtimetur annis. Exempli cauſa, Acceperit quiſpiam 800 aureos, ea lege vt fœneratori ſoluat primo anno octauam ſortis partem pro Vſura: & ſecundo anno non ſolùm ſortis octauam partem, ſed etiam fœnoris prioris anni ſimilem partem: ac ſic deinceps ſingulis annis facta auctione, quæritur quantum quinquennio ſoluet? Hîc ſcire oportet, ſingulis annis excreſcere ſummam ſortis & fœnoris continua Proportione. Vt quia fœnus primi anni, eſt $\frac{1}{8}$ ſortis: erit fœnus ſecundi anni ſeorſum, $\frac{1}{8}$ ſortis & fœnoris primi anni: ac ſic deinceps fœnus tertij anni, erit $\frac{1}{8}$ ſortis & fœnoris primi & ſecundi anni: Vnde proportio erit continua ſeſquioctaua. Fac ergo quinque numeros in Proportione Seſquioctaua, vt docuimus paulò antè: ſitq́ primus (ſi libet) 8: erit ſecundus 9: tertius, 10 $\frac{1}{8}$: quartus, 11 $\frac{25}{64}$: quintus demum, 12 $\frac{417}{512}$, ſiue $\frac{6561}{512}$. Iam dic per Regulam Proportionum, 8 ſoluunt in quinque annis $\frac{6561}{512}$, quantum 800? ſic colliges ſimul cū ſorte & fœnore adaucto, 1281 $\frac{228}{512}$, vel 1281 $\frac{57}{128}$.

Sed iam fingamus aliquem debere pro Vſura primi anni, ſummam ſortis & fœnoris ſimul 4608: pro quarto verò anno, 6561: quæritur quanta fuerit ſors, & quantum in fœnus cum anatociſmo cedat. Hîc notabis ex præcedenti declaratione, inter ſummam primi anni & ſummam vltimam, intercedere

duas

duas in eadem Proportione medias. Igitur quære duo Media Proportionalia inter 4608, & 6561. Duc ſcilicet minorem, 4608, in ſe: fiunt 21233664: productum hoc duc in maiorem ſcilicet 6561: exurgunt 139314069504. Huius Radix Cubica, 5184, oſtendit minorem duarum quantitatum mediantium in eadem ratione. Igitur ſecundo anno ſoluet pro ſorte & fœnore cum augmento, 5184. Sed ſicut ſors & fœnus ſecundi anni ſe habent ad ſortem & fœnus primi anni ſimul: ſic ſumma ſortis & fœnoris primi anni, ad ſortem ſolam. Igitur per Regulam Trium dices, 5184 dant 4608: quid 4608? ſic colliges ſortem fuiſſe 4096. Si verò pro 5. annis idem velles inquirere: tum inter duas adſignatas ſummas quærendum eſt Medium Proportionale: & rurſum inter illud medium inuentum, duoq; extrema adſignata, duo alia media. Sic tria Media habebis, & duo extrema: quæ faciunt ſimul quinque quantitates Proportionales. Si verò pro 6 annis fiat Quæſtio, denturq; vt antè duæ extremæ ſummæ: tum neceſſe eſt, 4 alias medias inuenire. Verùm hoc efficere difficile eſt, abſq; ampliori cognitione Radicum.

Sed vt aliquid pro doctioribus adijciam, diuidatur maior quantitas per minorem: Quotientis Radix Surſolida vocata, ſiue quinta, oſtendit numerũ, per quem multiplicata minima quantitas gignit ſecundam, ac ſic reliquas. Sic ſi inter duas quantitates vnam mediam velis inuenire aliter quàm antea docui: diuide maiorem per minorem: Quotientis Radix Quadrata multiplicata in minimam, producit mediam:

diam. Si duas medias velis: diuide vt antea: & Quotientis Radix Cubica quæratur: hæc ducta in minorem, producit ſecundam. Si denique tres cupis quantitates medias: diuide vt antea dixi, maiorem aut minorem: Quotientis Radicis radix ducta in minorem, oſtendit ſecundam: & eadem multiplicatione continuata producuntur reliquæ omnes. Sic iudicabis de quotuis alijs quantitatibus. Hæc colliguntur ex decima finitione quinti Euclidis, & 19 octaui Propoſitione, & ſimilibus.

APPENDIX DE FRACTIONIBUS Aſtronomicis, ſiue de minutijs Phyſicis.

Non video difficultatem aliquam inſignem in Minutijs, ſiue Fragmentis Phyſicis vel Aſtronomicis, Verùm vt ſit expeditior via iuuenibus ad præclariſſimas diſciplinas, ad quas potiſſimum his noſtris commētationibus adiuuare lectorem volumus: pauciſſimis annotabo quæ poſſint difficilia videri. Quoniam ergo motuum aſtrorum temporumq́ dimenſio ad vnguē rariſſimè incidit in integras menſuras, vtpote annos, menſes, dies, & horas: aut circuli ſigna aut gradus: ideo coacti ſunt artifices talia in minimas ſecare partes, vt exquiſita conſtaret numeratio. Ob ſummam autem facilitatem placuit Sexagenaria diuiſio: itaque omnia Integra, quæ non habent partes vſu receptas, diuidunt in 60 partes, atq́ vocant Minuta. Minuta deinceps ſecant in alias 60 par-

particulas,quas Secunda nominant: Secunda in 60 Tertia:atque hæc rurſum in 60 Quarta partiuntur: ſicq; continuè procedunt ad Decima vſque: & vltra quoque ſi rei vſus requirat. Quæcunque verò habent alias partes vſu receptas,vocantur Integra: aut quæ non ſunt ſexageſima pars alterius. Sic annos,dies, horas,circulũ,ſigna,gradus,milliare,ſtadiũ,paſſus, & ſimilia, Integra vocantur,quanq; Gradus vocati,dicantur apud probatos autores,Partes: & Minuta,Scrupula. Nos doctrinæ facilioris gratia,vulgò recepta vocabula ſeruabimus,dicturi de Additione et Subtractione,& reliquis ſpeciebus.

ADDITIO.

IN *Additione illud primùm obſeruare oportet, vt Integra ſub integris, & Fragmenta ſiue Minutiæ collocentur ſub eiuſdem generis Minutijs. Deinde facto initio à minimis Minutijs, fiat Additio in vnam ſummam,ſingulas Minutias ordine colligendo. Tum verò ſi per Additionem,ſumma 60 ſuperauerit: diuidenda erit ſumma per 60:& quot vnitates prouenerint,tot addendæ ſunt proximè maiori Fractioni: ac ſic deinceps reliquæ colligendæ ſunt, donec ad Integra perueniatur. In his etiam obſeruare conuenit Integrorum valorem. Nam ſi Signa proponantur communia,hoc eſt,qualia ſunt 12 in Circulo: tum ſumma Graduum diuidenda per 30,ac numerus exiens ſignis adijciendus. Si verò Signa fuerint Phyſica, quorum 6 circulum conſtituunt, qualia ſunt ferè in tabu-*

tabulis Alfonſinis: tum Graduum aceruus per 60 diuidatur, &c. Quoties etiam Signorum communium ſumma 12, aut Phyſicorum 6, ſuperauerit: toties illa abijciantur prorſus, & ſola reſidua loco Signorum ponantur. Simile quoque iudicium eſt de alijs Integris. Sed hæc ſatis facilia ſunt callẽti quatuor ſpecies Arithmetices: Ideoq́; vno atque altero Exemplo declaraſſe ſatis videtur. Placet ex Tabulis Eclipſium Purbachij colligere mediocrem motum Solis, ad diem 12 Nouembris, & horam ſecundam pomeridianam, anno 1547, ad quam futura putatur Eclipſis Solis.

	Sig.	Gra.	Mi.	Secũ.
Ad An. 1460. completum	9	19	1	19
Pro 80. An. completis	0	0	35	16
Pro 6. An. completis.	11	29	33	5
Pro Octob. completo.	9	29	38	11
Pro 12 diebus		11	49	40
Pro 2 horis.			4	56
Summa omnium.	8	0	42	72

Summa Secundorum, eſt 147: quæ diuiſa per 60, efficit 2: hæc addita Minutis, faciunt ſimul 162: reſiduum verò, nempe 27, ſubſcribitur. Deinde ſumma Minutorum 162, diuiſa per 60, rurſum 2 producit: reſtantq́; 42: quæ ſubſcribuntur, & 2 gradibus adijciuntur: qui omnes collecti cum illis 2, efficiunt 90:

quæ diuiſa per 30, (quia Signa ſunt communia) efficiunt 3: nihilq́ relinquitur: vnde o ſubſcribitur Gradibus, & 3 adduntur Signis: quæ vnà cum alijs efficiunt 32: ab his abijcio 12 quoties poſſum, reſtantq́ 8: quæ annotãtur in Exemplo. Item, Volo inuenire mediam vocatam Coniunctionem, ſiue mediocrem Luminarium cõgreſſum, ad eundem menſem ex ijſdem Tabulis. Itaq́ ſic ago

	Dies	Hor.	Mi.	Secũ.
Ad An. 1520. completum	21	14	32	11
Pro An. 26. completis	16	16	19	41
Pro Octob. completo.	8	16	30	30
Summa omnium.	46	23	31	22

Hîc in Minutis, & Secundis, eodem modo quo dictum eſt proceditur: Verùm horarum ſumma, quæ colligitur 47, diuiſa eſt pèr 24: quia tot horæ diem naturalem conſtituunt. Reſiduum nempe 23 annotatur, & vnitas per Diuiſionem collecta, diebus adijcitur.

DE SVBTRACTIONE.

IN Subtractione ſimilis ordo ſeruãdus, qualis in Additione: ſed quoties Minutiæ à ſuis Minutijs ſubduci nõ poſſunt: tũ ſubtrahantur ex 60, hoc eſt, ex vnitate Minutiæ maioris: & reſiduum addatur Minutijs, ex quibus Subtractio fieri debebat: ſumma ſubſcribatur. Hoc quoties contigerit, toties vnitas additur ſe-

quenti

quenti numero ſubtrahendo. Si verò Gradus à Gradibus ſubtrahendi fuerint, & ſubtrahendus ſuperauerit illum à quo debet fieri Subtractio, tunc ſubtrahantur ex 30, ſiquidem Signa communia propoſita fuerint: reliqua perficiantur vt dictum eſt. Similiter horarum numerus cùm opus eſt, ex 24 ſubtrahitur. Ac eodem modo de alijs intelligendum.

Exempli gratia, Collegeramus per Additionem, mediocrem motum Solis, 8 Sig. 0 Grad. 42 Mi. 27 Secund. Vt hinc colligamus verum Solis locum, iubemur ſubducere æquamentum: quod colligitur ex Tabulis iiſdem Purbachij 1 Grad. 9 Mi. 53 ſecunda: quæ ſic colloco.

Sig.	Grad.	Min.	Secun.
8	0	42	27
	1	9	53
7	29	32	34

Hic igitur 53 iubeor auferre ex 27, quod fieri nequit. Igitur ſubtraho 53, ex 60, hoc eſt, ex vno Minuto: reſtant 7: quæ addita ad 27, faciunt 34: hæc ſubſcribuntur: deinde 10 ex 24 ſubtracta, relinquunt 32: poſtea vnū ex nihilo auferri non poteſt: ideo ſubducitur ex 30: reſtant 29 gradus, quia ſigna ſunt communia, Demum vnitas aufertur ex 8 Signis. Sic colligimus, Solem ad tempus adſignatum, occupare Scorpij 29 Gradus, 32 Minuta, & 34 Secunda. Similiter de diebus, horis & Minutijs alijs faciendū eſt. Vt quia collegeramus per Additionem, dies & horas cum Minutijs pro mediocri Coniunctione Luminarium: iubemur illud tempus auferre ex 59 diebus, 1 hora, 28 Minutijs, & 6 Secundis: quæ ſic collocamus.

Dies	Horæ	Min.	Secun.
59	1	28	6
46	23	31	22
12	1	56	44

Igitur 22 Secunda ex 60, relinquunt 38: quibus addita 6, faciunt 44: deinde addimus ad 31: fiunt 32: quæ ablata ex 60, relinquunt 28: quæ cum 28 conficiunt 56. Iam verò vnitas addenda 23 horis, fiuntq́ 24: quæ auferantur 24, quia ab 1 non poſſunt: ſic nihil relinquitur. Ideoq́ 1 ſubſcribimus, & 46 diebus, vnum adijcimus, ſummamq́ ex 59 auferimus: relinquuntur 12. Quòd ſi in Subtractione, Integra ab Integris auferri non poßint: tum quoque maiora Integra mutuare oportet, ſecundum ipſorum integrorum quæ proponuntur, valorem. Vt ſi 6 Signa communia cum 28 Gradibus iubeor auferre ex 4 Signis & 6 Gradibus: primùm ſubdúco 28 Grad. ex 30: reſtāt 2: quæ cum 6, conſtituunt 8: deinde vnitatem adijcio ad 6 Signa: fiunt 7: quæ aufero ex 12 Signis, quia tot ſunt in toto Circulo: reſtant 5 Signa: quæ cum 4 Signis conſtituunt 9, Reſtant igitur 9 Signa, & 8 Gradus. Similia quiuis facilè in alijs imaginabitur.

DE MVLTIPLI-
catione.

IN *Multiplicatione & Diuiſione potißima difficultas eſt in inuenienda Denominatione productorũ. Nam quod ad Multiplicationem attinet, oportet ſingulos numeros Multiplicantis in omnes ſigillatim Multiplicandi numeros ducere: deinde producta eiuſdem*

iuſdem denominationis addere:& quæ 60 excedunt, per Diuiſionem ad maiora reducere: ſic colligitur Multiplicationis ſumma. Sed hîc admonere oportet difficultatis, quæ Integris incidit. Vt ſi proponantur Dies, Horæ, & Minuta, multiplicanda per Signa, Gradus, Minuta, & Secunda: quoniam in multiplicando numero proponuntur duplicia Integra, Dies nempe & Horæ: oportet illa reducere ad vnum genus integrorum. Hoc autem ſatis facili via poteſt fieri, nam horæ ad Minuta Diei reduci per regulam Proportionum, vel per Tabellas ad hoc extructas, quæ in Alfonſinis Tabulis habentur. Sed breuis Regula eſt. Multiplicatus enim Horarum numerus per 2 $\frac{1}{2}$, fit numerus Minutorum Diei. Vel multiplica Horas per 5, & medietas producti erit numerus idem Minutorum Diei. Hoc vbi accidit, oportet quoque reliqua Minuta Horarum & Secunda, & quæcunque fuerint deinceps Fractiones ad Dierum fractiones reducere: eadem ſcilicet via, qua Horæ ad Minuta Dierum reducebantur. Nam ſi Minuta Horarum per $\frac{1}{2}$ multiplicentur, fiunt Secunda Dierum: Si verò Secunda Horarum eo modo aucta fuerint, fient Tertia Dierum. Tota verò hæc res pendet ex regula Proportionum. Quia enim Diem volumus partiri in 60: dicimus, 24 Horæ valent 60 Minuta, quantum 20? vel quilibet alius numerus Horarum. Si verò interim per hanc reductionem numerus exurgat maior quàm 60: tunc diuidendus eſt numerus productus per 60:

I 3 pro-

productum addendum maiori Fractioni, reſiduum ſuo loco ſeruandum.

Vno verò Exemplo hanc doctrinam declaraſſe ſat fuerit. Placet multiplicare Lunæ motum diurnum per 29 dies, 12 horas, 44 mi. 3 ſecunda. Eſt autem motus Lunæ diurnus ex Alfonſinis Tabulis, quas ſequitur Purbachius, 13 Grad. 10. Mi. 35. Secunda, 1 Tertia. Hic igitur ante multiplicationem, reducendi ſunt numeri ad ſexagenariam diuiſionem. Ideoq; 3 Secun. Horarum multiplico per 5, diuidoq; per 2, fiunt 7 Tertia Diei, cum dimidio: hoc eſt, 30 Quartis Diei. Deinde 44. Minu multiplico per 5, fiunt 220: quæ diuido per 2: exurgunt 110 Secunda Diei: hæc diuido per 60, prouenit 1 Minutum Diei: quod ſeruo. Relinquuntur autem 50 Secunda Diei: quæ ſuo loco annoto. Demum 21 Horas ſimiliter duco in 5, diuidoq; per 2: fiunt 30 Minuta Diei: quibus vnum iam antea per diuiſionem collectum adijcio: fiunt poſtremò, 29 Dies, 31 Mi. 50 Secunda, 7 Tertia, & 30 Quarta Diei, multiplicanda pro motum Lunæ antea poſitum. Hūc autem non oportet mutare, quia ſeruatur ordo ſexagenariæ diuiſionis. Hoc igitur in Multiplicatione & Diuiſione efficiendum eſt ſedulò, vt talis ordo ſeruetur: hoc eſt, vt Integra quæ proponuntur, in 60 Minuta ſecentur, abſq; vlla alia partitione intercedente: qualibet etiam deinceps Fractiones in 60 minores particulas intelligantur diuidi. Sic enim confuſio denominationum productarum euitabitur. Iam verò vt denominationes productorum abſque difficultate inueniri poſſint: pone ordine naturali denomina-

na-

nationes quotquot velis, eiſq; numeros naturali ſerie progredientes ſubſcribe, hoc modo,

Integra, Mi. 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8. &c.
0 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8.

Quandocunq; igitur multiplicas duos numeros inter ſe, productum eius erit denominationis, quam oſtendet numerus collectus ex duobus numeris, ſubſcriptis multiplicantiũ duorum denominationibus. Vt cùm duco Minuta in Secunda, fiunt Tertia: quia 1 & 2 faciunt 3. Item cùm Tertia in Tertia duco, fiunt Sexta: cùm Integra in Secunda ducuntur, fiunt Secunda: cùm in Tertia, Tertia. Ac ſimiliter de reliquis iudicabis. Huius autem rei demonſtratio ex Fractionibus vulgaribus petitur. Quia enim Integrum omne hic in 60 diuiditur: erit neceſſariò Minutum $\frac{1}{60}$ *integri. At quia Secundum eſt* $\frac{1}{60}$ *Minuti, hoc eſt, ſexageſima ſexageſimæ particulæ: erit ideo Secundum,* $\frac{1}{3600}$ *Integri: ſic vnũ Tertiũ, eſt* $\frac{1}{216000}$ *Integri: vnum quartum,* $\frac{1}{12960000}$ *Integri: & vnum Quintum,* $\frac{1}{777600000}$ *integri: qui numeri continua multiplicatione ſexagenaria fiunt. Facilè igitur patet ex regulis vulgariũ Fractionũ, ꝙ cũ* $\frac{1}{3600}$*, hoc eſt, 1 Secũdũ multiplico p* $\frac{1}{216000}$ *ꝑducitur* $\frac{1}{777600000}$*: hoc eſt, vnum Quintum: ſicut 2 & 3 faciunt 5. Nã vnũ Tertiũ eſt* $\frac{1}{216000}$ *Integri, vt oſtendimus. Ac eodem modo de reliquis omnibus colligendũ eſt.*

Nunc igitur ad Exemplum propoſitum accedamus. Atq; vt confuſio omnis euitetur, ponantur duo numeri ordine naturali, vt ſequitur.

Integra	Mi. 2, 3, 4, 5, 6, 7.	
29,	31, 50, 7, 30,	Multiplicandus
13,	10, 35, 1.	Multiplicans
	29 31 50 7 30.	Producta
	17 13 34 14 22 30	multipli-
4	55 18 21 1 50	cationis
383	44 51 37 30	ſparſa.
389	57 24 2 31 12 37 30.	Productum.

Primum, duximus 1 Tertium in 30 Quarta: vnde exierunt 30 Septima, ſecundum regulam: ac ſic deinceps, vt patet in primo ordine productorum. Secundò duximus 35, in omnes ſupremi ordinis numeros, primùm verò in 30 Quarta: & quia 35 Secunda ſunt, producuntur 1050 Sexta: quæ diuiſa per 60, efficiunt 17 Quinta, & 30 Sexta: ideoq; 30 ſcribo ſuo ordine, 17 verò ſeruo. poſt hæc duco 53 in 7: fiunt 245 Quinta: quibus addo 17 Quinta ſeruata: eſt igitur ſumma Quintorum, 262: quæ rurſum partior per 60: fiunt 4 Quarta, & 22 Quinta: ſcribo 22 ſuo loco, & 4 ſeruo. Similiter 35 duco in 50: fiũt 1750 Quarta, quia Secunda ducuntur in Secunda: Addo nunc iſtis 4 Quarta priùs ſeruata: fiunt 1754 Quarta: quæ diuiſa per 60, fa-

faciunt 29 Tertia,& 14 Quarta. Ac ſic perfeci reliquam Multiplicationem, quam adſcriptam vides, multiplicando ſcilicet ſingulos Multiplicantis numeros in ſingulos Multiplicandi, ac producta vbi excreuerint, per 60 diuidendo. Nec opus mihi videtur iſta latiùs proſequi: cùm ex dictis & vulgari Arithmetica facilia ſint. Sic igitur collegimus Lunam mediocri motu percurrere 389 Gradus, ſiue 12 Signa communia, 26 Gradus, 6 Minuta, & reliqua quæ per Multiplicationem collecta ſunt in Diebus 29, Horis 12, Minutis 44, & Secundis 3. Eadem quoque ratio ſeruatur, cùm Gradus, Minuta, Secunda, & Tertia, multiplicantur in Milliaria, eorumq́ Minuta, Secunda, & Tertia. At quoniam duplicia proponuntur Integra: contingit non immeritò dubitatio de producti denominatione: Vt quia tempus multiplicauimus per motum: in quæſtionem verti poteſt, quid per Multiplicationem prognatum ſit tempúſne an motus: hoc eſt, num Integrorum nomine Dies an Gradus contineantur. Hoc autem colligemus ex propoſitæ Quæſtionis natura. Vt, quoniam Dies complectuntur motum adſignatum: erit productum de natura complexi, & non complectentis: ideoq́ 389. Integra, Gradus notant. Sic cùm Gradus & Minuta: multiplicantur per Milliaria & Minuta: productum denominabitur à Milliaribus & Minutis illorum: eò quòd ferè Gradus, ipſa Milliaria complectantur. Sic enim in Geographia dicimus Gradus ſingulos magni Circuli, continere 60 Milliaria Italica: in parallelis verò, tantò minus, quantò propiùs ad Po-

lum acceſſerint. Atque hoc modo de omnibus iudicandum eſt.

DE DIVISIONE.

IN Diuiſione in primis debet conſtare ſexagenaria illa progreſſio, de qua in Multiplicatione abundè diximus: potiſſimùm ſi quando Diuiſor compoſitus fuerit, & abſq; reductione Diuiſionem perficere voluerimus. Quando enim Diuiſor ſimplex eſt, nullam habet in operando difficultatem: nam ſinguli numeri qui in Diuidendo ponuntur, ſigillatim per Diuiſorem ſunt diuidendi. Productorum verò denominationem ſcies ex Tabella in Multiplicatione poſita, vbi ſingulis Minutijs ſuas denominationes ordine naturali adſcripſimus. Nam ſicut in Multiplicatione, per Additionem talium numerorum denominatio productorum colligebatur: ita in Diuiſione per Subductionem, productorum denominatio cognoſcitur. Subtrahenda verò eſt ſemper Diuiſoris denominatio à Diuidendi denominatione: ſic producti denominatio colligitur.

Vt ſi 24 Tertia diuidam per 6 Minuta, fient 4 ſecunda: ſi Tertia per Tertia, fiunt Integra: quoniam 3 ex 3 ablata nihil relinquunt. Eſt autem Integrorũ nulla denominatio, vt anteà in Multiplicatione oſtẽdimus. Atq; vt ibi ex Fractionum vulgarium artificio docuimus denominationes inueniri poſſe: ita quoque in Diuiſione fieri poſſe non eſt dubium, Vt, quando diuido $\frac{24}{216000}$ *(ſic denominantur Tertia) per*

$\frac{6}{60}$, hoc eſt 6 Minuta: ducuntur 60 in 24: & 6 in 216000: producunturq́; $\frac{1440}{1296000}$. Quòd ſi vtrunque per 6 diuiſeris, redibit denominator Phyſicus: fientq́; $\frac{240}{216000}$, hoc eſt, 240 Tertia: Nam 216000 denominatio eſt Tertiorum. Quòd ſi ambos per 60 diuiſeris, prodibunt $\frac{4}{3600}$, hoc eſt, 4 ſecunda. 3600 enim, denominatio eſt Secundorum: nec poteſt ad minorem fractionem Phyſicam reductio perducere. Sola enim diuiſione ſexagenaria fit progreſsio denominationum Phyſicarum. At quanquam 3600, per 60 diuidi poſſunt: 4 tamen illam diuiſionem non admittunt: ideoq́; ad aliam Phyſicam denominationem $\frac{4}{3600}$ non reducuntur: licèt eadem hæc fractio valeat reducta $\frac{1}{900}$. Sed ſufficit hæc indicaſſe ſtudioſis, vt ſciant non ſine ratione dari Regulas illas inueniendi denominationes Phyſicas.

Contingit verò frequenter in Diuiſione, Diuiſorē non contineri exactè in numero diuidēdo. Tum ſanè reſiduum per 60 multiplicatū, pertinebit ad fractionem ordine ſequentē. Exempli cauſa, Motus Lunæ in Die ab Alfonſo ſtatuitur, 13 Graduum, 10 Min. 35 Secund. 1 Tert. 15 Quart. Volo hinc diſcere, quātum eadem Luna vnius Horæ ſpatio emetiatur. Diuidā ergo motū aſsignatū p 24 Horas, hoc eſt Integra. In primis nō poſsūt 13 diuidi p 24: ideoq́; multiplico 13 p 60: fiunt 780 Minuta: quib. addenda ſunt 10 Minuta q̄ ſequūtur. Iāq́; 790 diuiſa p 24, fiunt 32 Minuta, reſtāt

22: quæ rurſum in 60 ducta, faciunt 1320 Secunda. His adijcio 35 Secunda: vnde colliguntur 1355 ſecunda. Hæc diuido per 24: colligo 56 Secunda. Reſtant verò 11 Secunda. Hæc multiplicata per 60, reddunt 660: quibus ſi tertium adiecero: ſiunt 661 Tertia. Hæc diuido per 24: ſiunt 27 Tertia. Relinquuntur 13: quæ ducta in 60, efficiunt 780 Quarta: quibus 15 adijcio: ac ſurgunt 795 Quarta: quæ diuido per 24, ac colligo 33 Quarta. Ac ſic progrediendum eſt quantum libet: nos enim reliquas fractiones, breuitatis gratia, omiſimus. Itaque motus horarius Lunæ eſt 32 Mi. 56 Secunda: 27 Tertia: & 33 Quarta. Verùm frequenter accidit, Diuiſorem eſſe compoſitum ex variè denominatis numeris: ac tunc maior longè incidit difficultas. Vt, Fingamus Lunam diſtare ſecundum viæ ſuæ tramitem, ab aliqua ſtella fixa 36 Gradibus, 30 Minutis, 24 Secūdis, 50 Tertijs, & 15 Quartis. Quæritur, quanto tempore Luna ſpatium illud percurret ſecundum mediocrem ſuum curſum, quem ſtatuimus 13 Gradibus, 10 Mi. 35 Secund. 1 Ter. & 15 Quar. per Diem. Duplex autem in tali diuiſione via poteſt adſignari. Altera eſt, vt vterque numerus, tam Diuidendus quàm Diuiſor, reducatur ad minimam in quæſtione propoſitam denominationem, vt hoc in loco ad Quarta. Fit autem reductio talis per multiplicationem ſexagenariam: quemadmodum in noſtra Quæſtione, primum multiplicauimus 36 per 60: fiunt 2160 Minuta: his adijciemus 30 Mi. fitq́ſ ſumma 2190 Mi. Hæc rurſum per 60 multiplicauimus: ſic enaſcuntur 131400 Secunda: quibus adiecta 24 Secunda

da,conſtituunt 131424,Secunda. Hæc deinceps per 60 multiplicata,faciunt 7885440 Tertia. His adiectaſ 50 Tertia,efficiunt 7885490 Tertia. Demum hæc in 60 ducta, producunt 473129400 Quarta: quibus ſi 15 adijciātur:fit tota ſumma diuidēda,473129415 Quarta. Eodem modo Diuiſor reductus conſtituit 170766075 Quarta. Facta reductione,diuidatur numerus Diuidendus per Diuiſorem:& productum denominabitur ab Integris. Quod verò diuidi non poteſt,ducatur in 60: productumq́ diuiſum per eundē Diuiſorem,dabit Minuta: Ac ſic deinceps quantum libet progredi licebit,Vt,cùm diuido 473129415,per 170766075,primò producuntur duo Dies:reſtant verò 131597265 Quarta. Hæc ducantur in 60: fiunt 7895835900 Quinta:quæ deinceps diuiſa per 170766075 Quarta,producunt 46 Minuta Diei. Sunt autem reſidua 40595450 Quinta:hæc multiplicata per 60, gignunt 2435727000 Sexta: quæ ſi diuidantur per 170766075 Quarta, colliguntur 14 Secunda. Atque hoc modo procedendum ad reliquas Fractiones, multiplicando reſidua per 60,ac diuidendo per eundem Diuiſorem. Hîc verò modus reducendi valet non ſolùm in Diuiſione, cùm Diuiſor compoſitus eſt, verùm etiam in omni alia Diuiſione commodiſſimus exiſtit. Neque verò in Diuiſione ſola hæc ad vnam minimamq́ Fractionem reductio locum habet, ſed in Multiplicatione quoq́ ſæpe exercetur: id quod amplius declarare non videtur neceſſarium. Ipſa autem reductio haud aliter fit, quàm nunc indicauimus. Multiplicatio verò per ſe nota. Verùm productus nu-

me-

merus, Diuiſione ſexagenaria ad proximè maiorem Fractionem reducitur: vbi ſi adhuc numerus ſuperauerit 60, rurſum fit Diuiſio: atq; ſic deinceps, donec ordo per Diuiſionem ad Integra perducat, vel ad numerum minorem 60. Sed de his ſatis.

Reſtat alia via diuidendi abſq; reductione numerorum, non paruam habens difficultatem. Hanc exemplo potiùs, quàm obſcuris verborum ambagibus declarandam cenſeo. Ideoq; proponantur iijdem numeri diuidendi, ac idem quoq; Diuiſor qui in Quæſtione ſuperiori adſignabantur, ac collocentur hoc ordine,

Integr.	Mi.	2.	3.	4.	
36.	30.	24.	50.	15.	Diuidendus.
13.	10.	35.	1.	5.	Diuiſor.

Hîc quæro, quoties 13 in 36? quia verò bis continentur, multiplico totum Diuiſorem per 2: fiunt 26 Integra, 21 Mi. 10 Secund. 2 Tertia, 30 Quarta, quæ ſubtracta ex Diuidendo relinquunt 10 Integra, 9 Mi 14 Secund. 47 Tertia, & 45 Quarta. Iam quia 10 Integra amplius per 13 diuidi nequeunt, reſoluo ea in Minuta, multiplicando per 60: fiuntq; cum 9 Min. 609 Minuta. His rurſum Diuiſorem ſubijcio,

Mi.	2.	3.	4.		
609.	14.	47.	45.	0.	
13.	10.	35.	1.	15.	Diuiſor.

Hîc rurſum quæro, quis ſit numerus q in Diuiſorē du-

ductus, totum ſuprapoſitum quàm proximè auferat. Inuenio autem 13 in 606, contineri quadragies ſexies: ſatis reſtare pro reliquis multiplicatis per 46. Ideóq; totum Diuiſorem multiplico per 46 Minuta: ſiquidem diuidendo Minuta per Integra, fiunt Minuta. Prodit autem ex multiplicatione hic numerus, 606 Minu. 6 Secunda, 50 Tertia, 57 Quarta, & 30, Quinta. Hæc auſero ex ſuperiori ſecundum Regulas in Subductione datas: reſtant 3 Minut. 7 Secunda, 57 Tertia, 47 Quarta, 30 Quinta. Et quia 3 Mi. per 13 diuidi nequeunt, reſoluo ea in Secunda, p 60 multiplicando: ſicq; cum 7 additis, fiunt 187 Secunda, 56 Tertia, 47 Quarta. 30 Quinta. Hæc rurſum diuido per Diuiſorem. Quoniam enim 13 in 187 continentur decies & quater multiplico totum Diuiſorem per 14 Secunda: nam diuidendo Minuta per Integra, colligimus Secunda. Efficit autem multiplicatio 184 Secunda, 28 Tertia, 10 Quarta, 17 Quinta, 30 Sexta. Ablatis iſtis ex ſuperiore, reſtant 3 Secunda, 28 Tertia, 37 Quarta, 12 Quinta, 30 Sexta. Per hæc verò licebit vlterius diuidendo progredi quantum placet. Sed nobis ſat eſſe videtur, oſtendiſſe duplici via ad eundem finem peruenire nos poſſe. Inuenimus enim vtroq; modo Lunam abſoluturam ſpatium adſignatum, duobus Diebus, 46 Minutis Dierum, & 14 Secundis Dierum: hoc eſt, duobus Diebus 18 Horis, & 53 Minutis. Reducuntur enim Minuta Dierum in Horas, duplando ac diuidendo per 5: ſic Secunda Dierum reducuntur in Minuta Horarum, duplando ac diuidendo per 5. Id quod ex Regula proportio-

num

num colligitur. 60 enim Minuta Diei faciunt 24 Horas: ſiue 5 faciunt 2: Atque eodem modò de reliquis iudicandum. Qualiter verò cùm Multiplicatio tum Diuiſio per Tabulam vocatam proportionalem abſoluantur, hoc loco ſuperuacaneum docere puto: cùm hæc ratio ſufficiat: nec illa careat ſua difficultate: tum verò ſatis apud authores Tabularum illa tractantur.

DE RADICVM EXTRA-ctione.

EXiguus vſus eſt Radicum Quadratarum aut Cubicarum in Fractionibus Phyſicis: nec aliqua difficultas. Quæruntur enim eodem modo Radices, quo in vulgari Arithmetica docetur: ſolum verò artificium eſt in denominatione inuenienda. Oportet autem eſſe vel Integra, vel denominationẽ parem, cùm Radicem Quadratam inuenire volumus. Vt, Radix Quadrata de 36 Integris, eſt 6 Integra. Item Radix Quadrata de 36 Secundis, eſt 6 Miñ. Item Radix Quadrata de 36 Quartis, eſt 6 Secunda. Oportet enim ſolùm denominationem mediare, vt ſurgat denominatio Radicis. Quòd ſi numerus compoſitus ex varijs proponatur, is ad vnicam reducendus, vt in Diuiſione diximus. Sic Radix Quadrata de 26 Minutijs, & 40 ſecundis, eſt 40 Minuta. Nam 26 Min. valent 1560 ſecunda: quibus ſi 40 abijciantur, fiunt 1600 Secunda: horum Radix Quadrata, eſt 40 Minuta. Si verò numeus proponitur cuius denominatio non fuerit

rit par, reducetur ad talem denominationem. Vt, volo inquirere Radicem Quadratam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda, fiunt 15900 Secunda: horum Radix Quadrata valet 126 Minuta. Quòd ſi exactiùs vellemus Radicem inquirere, reducenda eſſent illa Secunda ad Quarta.

Sic in Cubicis oportet denominationem eſſe ternario diuiſibilem, vel Integra eſſe. Ideoq; ſi talia non proponantur, reductione vtendum eſt. Itaque Radix Cubica de 27 Integris, eſt 3 Integra: Radix Cubica de 27 Tertijs, 3 Minuta: Radix Cubica de 27 Sextis, 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris, 19 Min. 8 Secundis, 24 Tertijs, valet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Tertia, conſtituūt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica valet 234 Minuta. ſiue 3 Integra. 54 Min. Eodem modo agendum eſt de alijs ſimilibus. Examinantur autem omnes iſtæ ſpecies & operationes, per contrarias operationes. Et ſi Quæſtiones obijciantur ex Regula Proportionum, quemadmodum frequenter pro parte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda eſt Regula multiplicando, & diuidendo per has ſpecies, vt ratio Regulæ exigit.

IVCVNDAE ALIQVOT quæſtiunculæ.

SI quis petat quatuor ponderibus tantùm omnia perpendi pondera quæ ſunt ab vno vſq; ad 40, ita vt non opus ſit alijs ponderibus: Id efficies, ſi vnum

num pondus ſit vnius Libræ: ſecundum, trium: tertiũ, 9: quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab vno ad 40: Vt ſi velis efficere 21 libras pone in altera bilance 27 & 3: in altera verò 9. Si 20 Libras petis, pone in altera 27 & 3: in altera, 9 & 1. Eadem ratione licebit quinq; ponderibus perpendere omnia põdera ab vno ad 121 vſque: ſcilicet, 1, 3, 9, 27, 81. Item per 6 ad 364 ſcilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

Concepit quidam numerum aliquem, quem vt indices, ita agito: Iube eum triplare conceptum animo numerum, triplum mediare, deinde Quotientẽ rurſus triplare, triplum hoc rurſus mediare. At ſi in priori mediatione impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendum eſt) tum iube illum parem ex eo facere, additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione, 1 tibi reſerua. Si verò in poſteriori mediatione id accidat, idem iubebis eum facere: ſed tibi 2 ſeruabis: deinde iube illum abijcere 9, quoties poteſt, ex vltimo ſuo numero: tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies ſi quid ſeruaueris. Vt, cogitauerit quiſpiam 7: id ſi triplet, erunt 21: quæ nõ poſſunt mediari: igitur adijciat 1: fiunt 22: ea mediet, ſunt 11: tu verò retine 1: deinde iube vt rurſus triplet 11: fiunt 33: ea rurſus mediari non poſſunt, niſi vnitate adiecta: ita erunt 34: quorum dimidium 17 valet: tu verò 2 hîc collige. Iam iube illum abijcere 9, quoties poteſt: verùm quoniam tantùm ſemel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires: ſed pro eo 3 tibi ſeruaueras: quæ cum 4 addita 7 faciunt.

SI tres diuerſæ res abſcondantur à tribus diuerſis perſonis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuiq; dicere velis quam abſconderit rem: ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo ſignatæ: perſonæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, ſecũdus, tertius: tum priuſquam res abſcondant, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu: ſecundo, 2: tertio 3: Deinde colloca tres res ordine, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum ſinguli vnam ex his rebus quamcunq; velint abſcondant: ſed ea lege, vt qui abſconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis, adhuc tot proiectiles quot habet is ipſe in manu. Qui verò b abſconderit, duplũ capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in menſa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & perſonis per ordinem memoriæ infixis, ſecedas, quouſque res abſconderint, ac rationem inierint. Tum reuerſus, inſpice reſiduos in tabula proiectiles: qui perpetuò aut eſt 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tãtùm fuerit, tum primus abſcondit a: ſecundus, b: tertius c. Si duo, tum primus abſcondit b: ſecundus, a: tertius, c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Reſidui proiectiles	Perſonæ.	Res.	Reſidui proiectiles.	Perſonæ.	Res.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	d
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	d
	3	c		3	b
	1	d		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

IACO-

IACOBI PELE-TARII DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS

Compendium. ac primò de earum vſu, ſerie, ac denominatione.

FRactiones Aſtronomicæ, quas vulgò Phyſicas vocant, ad motus cœleſtes ſeu circulares ſupputandos potiſsimùm ſpectant. Circulus 12 Signis conſtat: Signum, 30 Gradibus: Gradus, 60 Minutis: Minutum, 60 Secundis: Secundum, 60 Tertijs: Tertium, 60 Quartis: & ſic continuè pergendo per ſexagenarium decrementum quoad placuerit: etſi hanc progreſsionem vix aut nunquam vltra Decima ſupputationum vſus admittat.

Quemadmodum in vulgaribus calculis, præcipuè attenditur Denarius numerus, ſic in Fractionibus Aſtronomicis Sexagenarius, vtpote omnium numerorum qui intra centum ſunt, aptiſsimus ad diuiſionẽ recipiendam. Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, ſex, decem, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde quanuis Signa communia 30 tantùm Gradibus conſtent: tamen ad commodiorem motuũ & tabellarum ſupputationem, Aſtronomi ex duobus

Signis communibus vnum maius Signum efficiunt: vt Signum 60 Gradus contineat: & totus Circulus 6 duntaxat Signis compleatur: 60 Signa vnum Secundum maius efficiunt: 60 Secunda, vnum Tertium: 60 Tertia, vnum Quartum: & ſic ſeriatim ac ſurſum eundo per continuum augmentum ſexagenarij numeri. Sed huiuſmodi cōſecutiones quæ Signa tranſcendūt, quæq; impropriè Fractiones nuncupantur, nullum habent vſum niſi ad artem oſtendendam.

Itaque Signa communia, in maiora conuertenda ſunt priuſquam Additionem, Subtractionem, & reliquas operationes Aſtronomicas aggrediare. Scio aliorum rationem eſſe diuerſam in ſtatuendis denominatoribus maiorum fractionum, qui huic ſpeciei quam nos hîc Secundorum nomine appellamus, Primorum denominationem tribuunt: & quæ Tertia dicimus, Secunda vocant. Nos verò par eſſe duximus, Gradus in medio collocari: quorum denominatio per 0 ſignificatur: Minutorum, per 1: Secundorum, per 2, &c. Sic Signorum denominationem voluimus per 1 repræſentari: deinde proximè maioris fractionis, per 2: proximè item maioris, per 3, &c. quaſi ſic ſtet formulæ ſeries. 4, 3, 2, 1, 0, 1, 2, 3, 4, &c. Hoc eſt, Quarta (ſcilicet maiora) Tertia, Secunda, Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta. Nemo igitur eo nomine offendi debet, quum diſciplinæ ipſius norma nullo pacto peruertatur: quin etiam Canones Multiplicationis & Diuiſionis hac ratione longè faciliores ad generaliores redduntur.

Sicut in fractionibus vulgaribus duo ſunt numeri, nempe Numerator & Denominator, ita & in Aſtronomicis: Sed vſus inualuit vt hîc numerator inferiori, Denominator ſuperiori loco ponatur: contrà quàm in Fractionibus vulgaribus.

Et quoniam fractiones Aſtronomicæ aliæ ex alijs conſtantur & dependent, fit vt vna quæpiam minor denominatio ſine aliarum præcedentium annotatione non ponatur, Vt ſi 12 Minuta & 20 Secunda velim deſignare, ea ſic exprimam. S. 0. g̃. o. m̃. 12. 2̃. 20. Item 3, Signa cum 25 Minutis. S. 3. g̃. õ. m̃. 25.

Additio.

1 Sicut in Additione Integrorum ſimplices notæ ſimplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directè ſubſcribuntur: ita in Additione Fractionum Aſtronomicarum Signa Signis, Gradus Gradibus, Minuta Minutis: & in ſumma qualibet Fractio, ſui generis Fractioni ſubijci debet.

2 Cuiuſcunq; generis Fractio non excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anteriorem ordinem pertinet. Vt non rectè annotabis, 25 Gradus cum 76 Minutis: ſed 26 Gradus cum 16 Minutis. PRAXIS.

3 Signa communia ad Signa maiora reducito, vt monuimus: deinde quodlibet genus Fractionis ſuo loco diſponito: ſic vt eadem denominatio eidem denominationi ſuppoſita ſit. Et initium faciens à dextro & vltimo loco, adde inuicem quaſcunque ſub eodem titulo repereris: eáſque ſub tranſuerſa linea reponito quemadmodum in Integrum Additione fieri ſolet,

& ſub proprio titulo: ſicq́ per ordinem ſingulorum locorum ſeu titulorum numeros ſimul addere non deſines, donec omnes ad vltimum abſolueris. Exempli gratia, Addenda ſunt Signa communia 2, Gradus 16, Minuta 25, Secunda 17, Tertia 21, Quarta 27, cum Signis 4, Gradibus 20, Minutis 18, Secundis 22, Tertijs 30, & Quartis 12. Reductis duobus Signis ad vnum: & quatuor ad duo, ſic ſtabit formula.

S. g. m. 2. 3. 4.
1.16.25.17.21.27.
2.20.18.22.30.12.

3.36 43.39 51.39.

Hæc facilior eſt quàm quæ declarari debeat: quoties enim aggregatum Fractionum vnius loci non ſuperat 60, nihil differt operatio ab Additione Integrorum. Si deſideres exemplum in Signis communibus, eadem poſitio diuerſam habebit operationem, hoc pacto.

S. g. m. 2. 3. 4.
2.16.25.17.21.27.
4.20.18.22.30.12.

7.6.43.39.51.39.

Si verò ex vnius loci Additione excreuerit numerus ſupra 60: ea 60 ad anteriorem ordinem pertinet: ideoq́ vnitas addenda erit proximæ notæ ſequentis tituli. Nam ſicut Integrorum ſupputationibus denarius numerus alicuius loci, per ſolam vnitatem ante-

rioris

rioris loci ſignificatur & ſuppletur: ita Sexagenarius numerus alicuius Fractionis Aſtronomicæ per vnitatem anterioris Fractionis denotatur. Exēplum: Addenda ſunt Signa 5, Gradus 40, Minuta 33, Secunda 55, Tertia 45, & Quarta 24, cum Signis 7, Gradibus 25, Minutis 22, Secundis 18, Tertijs 47, & Quartis 53. Primùm incipe à Quartorum additione, hoc pacto: 3 & 4 faciunt 7: ea ſcribe ſub linea tranſuerſa, & ſub Quartorum titulo: 5 & 2 itidem faciunt 7: quæ quoniam denariorum locū occupant, 7 denas Quartorum ſignificant: à quibus aufer 6 (ea ſunt 60) manet 1: quā ſubſcribe poſt 7, ac ſub eodem titulo Quartorum, & 6 ſerua: inde ad Tertiorum ordinem veniens, pro 6 ſeruatis, adde 1 priori notæ Tertiorum, ſcilicet 7: fiunt 8: quæ cùm 5 faciunt 13: ſcribe 3: Deinde adde 1 ad 4: fiunt 5: quæ cum 4 faciunt 9: ex quibus aufer 6, manent 3, quæ ſubſcribe poſt priorem ternarium: & pro 6 retentis adde 1 priori notæ ſequentis ordinis Secundorum: fiunt 9: quæ cum 5 faciunt 14: ſcribe 4 ſub Secundorum titulo: poſtea adde 1 ad 1, fiunt 2: quæ cum 5 faciunt 7: ſubſcribe 1, retine 6: pro quibus adde 1 ſequenti notæ Minutorum, fiunt 3: quæ cum 3 faciunt 6: quibus ſubſcriptis, iunge 2 cum 3: fiunt 5, quæ ſubſcribe poſt 6. Inde ad Graduum ordinem venies: cuius prima nota eſt 5, quæ cum 0 manet eadem: hæc ſcribe ſub Graduum titulo: deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6, quæ ſerua. Tandem ad ſigna perueniens, & pro 6 ſeruatis, adde 1 ad 7: fiunt 8, q̄ cū 5 faciunt 13: ſcribe ſolam vnitatē, & 12 reijce, quæ duos Circulos faciunt. Erit igitur formula eiuſmodi.

S. g. m. 2. 3. 4.
5. 40. 3. 55. 45. 24.
7. 25. 22. 18. 47. 53.

---

1. 5. 55. 14. 33. 17.

Sequens Additio ſurſum eundo peruenit vſq; ad Secunda maiora; quæ 60 Signa efficiunt.

Sec. S. g. m. 2. 3. 4. 5.
24. 32. 0. 25. 15. 34. 54.
36. 12. 0. 26. 19. 33. 55.
48. 45. 0. 27. 17. 35. 56.

---

49. 29. 1. 18. 49. 44. 45.

Subtractio.

1 *Si Fractiones ſubtrahendæ, non ſuperent eas à quibus fit ſubtractio, poteſtate aut numero: facilis eſt operatio: Nihil enim differt ab Integrorum ſubductione. Vt ſi auferenda ſint Signa 2, Gradus 7, Minuta 12, Secunda 25, & Tertia 26: à Signis 3, Gradibus 10, Minutis 17, Secundis 45, & Tertijs 54: ſic ſtabit formula.*

S. g. m. 2. 3.
3. 10. 17. 45. 54.
2. 3. 5. 20. 28.

2 *Si verò numerus ſubducendus alicuius generis ſuperet numerum eiuſdem generis vnde fit ſubductio: mutuare 1 à propinquiori nota ſuperioris ordinis, quæ præſentis generis 60 vnitates repræſentabit: ea 60 adiunge numero à quo fit ſubductio, à collecto auſer*

ſer ſubducendum numerum. Quòd ſi propinquior illa nota ſuperioris ordinis non ſit ſignificatiua, ſed o, mutuare ab eius ſiniſtro elemento. Quòd ſi etiam nullum ſit, accipe ab vlteriori Fractionis genere. Deinde facta ſubductione, pro ijs 60 adde 1 ſequenti elemento primi generis ſubtrahendorum, productum aufer à ſupriori ſimili modo.

Exemplum: Subtrahenda ſunt Signa 2, Gradus 22, Minuta 45, Secunda 44, & Tertia 59: à Signis 4, Gradibus 0, Minutis 40, Secundis 46 & Tertijs 37. Primùm quoniam 9 à 7 non poſſunt auferri, aufer à 17: ſuperſunt 8, quæ ſcribe ſub tranſuerſa linea, ſub titulo Tertiorum: & pro 10 adde 1 ſequenti elemento: fiunt 6, quæ quum non poſſint auferri à 3, mutuare 1 à proximo genere Secundorum, quæ 6 denas Tertiorum repræſentabit, vt cum 3 fiant 9: è quibus retine 6, ſuperſunt 3, quæ ſcribe ſub titulo Tertiorum: ac pro 6, ad proximam notam Secundorum adde 1: fiunt 5, quæ aufer à 6, reſtat 1, quam ſcribe ſub Secundorum titulo. Deinde 4 aufer à 5: reſtat 1: eam ſubnota poſt priorem. Tum ſequentis ordinis proximo elemento adde 1: fiunt 6: quæ quoniam à nihilo non potes auferre, aufer à 10: reſtant 4, quæ ſcribe ſub Minutorum titulo: & proximo quaternario adde 1, fiunt 5: quæ quum à 4 auferre non poſsis, mutuare 1 à proximo genere: Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab vlteriori genere (Signorum ſcilicet) quæ vnitas cùm 6 denas Minutorum valeat, cum 4 faciet 10: à quibus aufer 5, reſtant 5, ea ſubſcribe. Poſtea ad proximã notã auferẽdi numeri, videlicet Graduũ, adde 1: fiũt 3,

quæ

quæ aufer à 10, reſtant 7: hac ſubſcribe: & adde 1 binario ſequenti, fiunt 3: quæ quoniam non poſſunt auferri à loco vbi nihil eſt, mutuare rurſus 1 à proximo genere Signorum: quæ faciet 6 denas Graduum: à quibus ablatis 3 reſtant 3. Vltimò peruenis ad Signorum titulum, vbi reperis 2: quibus adde 1, fiunt 3: quæ aufer à 4, reſtat 1, eſtq́ operatio abſoluta. Sequitur formula.

S.	g.	m.	2.	3.
4.	0.	40.	56.	37.
2	22.	45.	44.	59.
1.	37.	55.	11.	38.

In Tabularum calculu aliquando cõtingit vt Fractiones tum poteſtate tum numero maiores, à paucioribus & minoribus ſint auferendæ. Vbi integrum Circulum, hoc eſt, 6 Signa mutuari oportet, vt vides in hac poſitione. Hæc autem reijciuntur in Additione.

S.	g.	m.	2.	3.
	2.	27.	33.	50.
4.	38.	39.	44.	46.
3.	48.	54.	5.	14.

Multiplicatio.

1 *Fractionum Aſtronomicarum Multiplicatio & Diuiſio tribus modis abſoluuntur: Primo per reductionem ad minimum genus: Altero per Tabulam tabularum ad omnes ſupputationes inſeruientem: Tertio ꝑ tabulas Sinuum. Hic duntaxat primum modũ attin-*

attingemus, quòd initio nihil inſtituerimus aliud q̃ compendioſè docere. Porrò Multiplicatio per Tabulam proportionum etſi facilis ac expedita ſit, Diuiſio tamen per ipſam non minus eſt tædioſa (ea plerunque occurrunt operationes) quàm per reductionem ad minimum genus.

2 Quantum igitur ad Multiplicationem attinet, ſumma artis eſt. Adde inuicem Denominatores: prouenit Denominator quæſitus: Numeratores verò multiplicantur inter ſe non aliter quàm Integra. Vt ſi multiplicentur Secunda 5, per Quarta 7: adde 2 ad 4: fiunt 6, Denominator: deinde duc 5 in 7: fiunt 35, Numerator. Quo in loco rurſus monendum eſt, Signa per 1: Gradus, per 0. Minuta etiam per 1 denominari: Signis verò Secunda maiora aſcendendo continenter ſuccedere.

3 Gradus itaque per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipſum genus reſtituunt: Signa & Minuta augent denominationem vnitate. Quum verò Fractio maior per minorem multiplicatur, Denominator exurgit, ablata minore nota à maiore. Vt Tertia maiora per Secunda minora multiplicata, producunt Signa. Rurſus Tertia minora per ſecunda maiora, producunt Minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius Fractionis maior ſit nota. Nam ſi maioris Fractionis maior ſit nota, producitur maior: ſi minoris, minor.

Hæc manifeſta fiunt ex ſubiecta Tabella.

Ter.

num colligitur. 60 enim Minuta Diei faciunt 24 Horas: ſiue 5 faciunt 2: Atque eodem modò de reliquis iudicandum. Qualiter verò cùm Multiplicatio tum Diuiſio per Tabulam vocatam proportionalem abſoluantur, hoc loco ſuperuacaneum docere puto: cùm hac ratio ſufficiat: nec illa careat ſua difficultate: tum verò ſatis apud authores Tabularum illa tractantur.

DE RADICVM EXTRActione.

EXiguus vſus eſt Radicum Quadratarum aut Cubicarum in Fractionibus Phyſicis: nec aliqua difficultas. Quaeruntur enim eodem modo Radices, quo in vulgari Arithmetica docetur: ſolum verò artificium eſt in denominatione inuenienda. Oportet autem eſſe vel Integra, vel denominationē parem, cùm Radicem Quadratam inuenire volumus. Vt, Radix Quadrata de 36 Integris, eſt 6 Integra. Item Radix Quadrata de 36 Secundis, eſt 6 Min. Item Radix Quadrata de 36 Quartis, eſt 6 Secunda. Oportet enim ſolùm denominationem mediare, vt ſurgat denominatio Radicis. Quòd ſi numerus compoſitus ex varijs proponatur, is ad vnicam reducendus, vt in Diuiſione diximus. Sic Radix Quadrata de 26 Minutijs, & 40 ſecundis, eſt 40 Minuta. Nam 26 Min. valent 1560 ſecunda: quibus ſi 40 abijciantur, fiunt 1600 Secunda: horum Radix Quadrata, eſt 40 Minuta. Si verò numeus proponitur cuius denominatio non fuerit

rit par, reducetur ad talem denominationem. Vt, volo inquirere Radicem Quadratam 4 Graduum, 25 Minutorum. Reducta ad Secunda, ſiunt 15900 Secunda: horum Radix Quadrata valet 126 Minuta. Quòd ſi exactiùs vellemus Radicem inquirere, reducenda eſſent illa Secunda ad Quarta.

Sic in Cubicis oportet denominationem eſſe ternario diuiſibilem, vel Integra eſſe. Ideoq́ ſi talia non proponantur, reductione vtendum eſt. Itaque Radix Cubica de 27 Integris, eſt 3 Integra: Radix Cubica de 27 Tertijs, 3 Minuta: Radix Cubica de 27 Sextis, 3 Secunda. Demum Radix Cubica ex 59 Integris, 19 Min. 8 Secundis, 24 Tertijs, valet 234 Minuta. Reducti enim numeri ad Tertia, conſtituũt 12812904 Tertia, quorum Radix Cubica valet 234 Minuta. ſiue 3 Integra. 54 Min. Eodem modo agendum eſt de alijs ſimilibus. Examinantur autem omnes iſtæ ſpecies & operationes, per contrarias operationes. Et ſi Quæſtiones obijciantur ex Regula Proportionum, quemadmodum frequenter pro parte proportionali in Tabulis inuenienda contingit: perficienda eſt Regula multiplicando, & diuidendo per has ſpecies, vt ratio Regulæ exigit.

IVCVNDAE ALIQVOT quæſtiunculæ.

SI quis petat quatuor ponderibus tantùm omnia perpendi pondera quæ ſunt ab vno vſq; ad 40, ita vt non opus ſit alijs ponderibus: Id efficies, ſi vnum

num pondus ſit vnius Libræ: ſecundum, trium: tertiũ, 9: quartum 27. His enim potes omnia emetiri pondera ab vno ad 40: Vt ſi velis efficere 21 libras, pone in altera bilance 27 & 3: in altera verò 9. Si 20 Libras petis, pone in altera 27 & 3: in altera, 9 & 1. Eadem ratione licebit quinq; ponderibus perpendere omnia põdera ab vno ad 121 vſque: ſcilicet, 1, 3, 9, 27, 81. Item per 6 ad 364 ſcilicet 1, 3, 9, 27, 81, 243.

Concepit quidam numerum aliquem, quem vt indices, ita agito: Iube eum triplare conceptum animo numerum, triplum mediare, deinde Quotientẽ rurſus triplare, triplum hoc rurſus mediare. At ſi in priori mediatione impar fuerit numerus triplus, (id enim inquirendum eſt) tum iube illum parem ex eo facere, additione vnitatis, ac deinde mediet: tu verò ex hac additione, 1 tibi reſerua. Si verò in poſteriori mediatione id accidat, idem iubebis eum facere: ſed tibi 2 ſeruabis: deinde iube illum abijcere 9, quoties poteſt, ex vltimo ſuo numero: tu verò toties 4 numerabis, ac deinde adijcies ſi quid ſeruaueris. Vt, cogitauerit quiſpiam 7: id ſi triplet, erunt 21: quæ nõ poſſunt mediari: igitur adijciat 1: fiunt 22: ea mediet, ſunt 11: tu verò retine 1: deinde iube vt rurſus triplet 11: fiunt 33: ea rurſus mediari non poſſunt, niſi vnitate adiecta: ita erunt 34: quorum dimidium 17 valet: tu verò 2 hîc collige. Iam iube illum abijcere 9, quoties poteſt: verùm quoniam tantùm ſemel id licet, 4 colliges, de reliquo nihil inquires: ſed pro eo 3 tibi ſeruaueras: quæ cum 4 addita 7 faciunt.

Si

SI tres diuerſæ res abſcondantur à tribus diuerſis perſonis, tu verò per Arithmeticam tanquam diuinus vates vnicuiq; dicere velis quam abſconderit rem: ita agito. Sint tres res a, b, c, animo tuo ſignatæ: perſonæ verò ordine animo tuo hæreant, primus, ſecũdus, tertius: tum priuſquam res abſcondant, pone in medium 24 proiectiles, ex his da primo 1 in manu: ſecundo, 2: tertio 3: Deinde colloca tres res ordine, & præcipe illis, vt vbi abieris, tum ſinguli vnam ex his rebus quamcunq; velint abſcondant: ſed ea lege, vt qui abſconderit a, capiat ex 18 proiectilibus relictis, adhuc tot proiectiles quot habet is ipſe in manu. Qui verò b abſconderit, duplũ capiat: qui tandem c, quadruplum. Reliquum verò in menſa aut loco aperto relinquant. Hinc tribus rebus & perſonis per ordinem memoriæ infixis, ſecedas, quouſque res abſconderint, ac rationem inierint. Tum reuerſus, inſpice reſiduos in tabula proiectiles: qui perpetuò aut eſt 1, aut 2, aut 3, aut 5, aut 6, aut 7. Si igitur vnus tãtùm fuerit, tum primus abſcondit a: ſecundus, b: tertius c. Si duo, tum primus abſcondit b: ſecundus, a: tertius, c. Reliquos ex Tabella annexa intelliges modos.

Reſidui proiectiles	Perſonæ.	Res.	Reſidui proiectiles.	Perſonæ.	Res.
	1	a		1	b
1	2	b	5	2	c
	3	c		3	a
	1	b		1	c
2	2	a	6	2	a
	3	c		3	b
	1	a		1	c
3	2	c	7	2	b
	3	b		3	a

IACO-

IACOBI PELETARII DE FRACTIONIBVS ASTRONOMICIS Compendium. ac primò de earum vſu, ſerie, ac denominatione.

FRactiones Aſtronomicæ, quas vulgò Phyſicas vocant, ad motus cœleſtes ſeu circulares ſupputandos potiſſimùm ſpectant. Circulus 12 Signis conſtat: Signum, 30 Gradibus: Gradus, 60 Minutis: Minutum, 60 Secundis: Secundum, 60 Tertijs: Tertium, 60 Quartis: & ſic continuè pergendo per ſexagenarium decrementum quoad placuerit: etſi hanc progreſſionem vix aut nunquam vltra Decima ſupputationum vſus admittat.

Quemadmodum in vulgaribus calculis, præcipuè attenditur Denarius numerus, ſic in Fractionibus Aſtronomicis Sexagenarius, vtpote omnium numerorum qui intra centum ſunt, aptiſſimus ad diuiſionē recipiendam. Habet enim partes duas, tres, quatuor, quinque, ſex, decem, duodecim, quindecim, viginti, triginta. Vnde quanuis Signa communia 30 tantùm Gradibus conſtent: tamen ad commodiorem motuū & tabellarum ſupputationem, Aſtronomi ex duobus

Signis communibus vnum maius Signum efficiunt: vt Signum 60 Gradus contineat: & totus Circulus 6 duntaxat Signis compleatur: 60 Signa vnum Secundum maius efficiunt: 60 Secunda, vnum Tertium: 60 Tertia, vnum Quartum: & ſic ſeriatim ac ſurſum eundo per continuum augmentum ſexagenarij numeri. Sed huiuſmodi cōſecutiones quæ Signa tranſcendūt, quæq́ improprie Fractiones nuncupantur, nullum habent vſum niſi ad artem oſtendendam.

Itaque Signa communia, in maiora conuertenda ſunt priuſquam Additionem, Subtractionem, & reliquas operationes Aſtronomicas aggrediare.

Scio aliorum rationem eſſe diuerſam in ſtatuendis denominatoribus maiorum fractionum, qui huic ſpeciei quam nos hîc Secundorum nomine appellamus, Primorum denominationem tribuunt: & quæ Tertia dicimus, Secunda vocant. Nos verò par eſſe duximus, Gradus in medio collocari: quorum denominatio per 0 ſignificatur: Minutorum, per 1: Secundorum, per 2, &c. Sic Signorum denominationem voluimus per $\tilde{1}$ repræſentari: deinde proximè maioris fractionis, per $\tilde{2}$: proximè item maioris, per $\tilde{3}$, &c. quaſi ſic ſtet formulæ ſeries. $\tilde{4}$, $\tilde{3}$, $\tilde{2}$, $\tilde{1}$, 0, 1, 2, 3, 4, &c, Hoc eſt, Quarta (ſcilicet maiora) Tertia, Secunda, Signa, Gradus, Minuta, Secunda, Tertia, Quarta. Nemo igitur eo nomine offendi debet, quum diſciplinæ ipſius norma nullo pacto peruertatur: quin etiam Canones Multiplicationis & Diuiſionis hac ratione longè faciliores ad generaliores redduntur.

Sicut

Sicut in fractionibus vulgaribus duo ſunt numeri, nempe Numerator & Denominator, ita & in Aſtronomicis: Sed vſus inualuit vt hîc numerator inferiori, Denominator ſuperiori loco ponatur: contrà quàm in Fractionibus vulgaribus.

Et quoniam fractiones Aſtronomicæ aliæ ex alijs conflantur & dependent, fit vt vna quapiam minor denominatio ſine aliarum præcedentium annotatione non ponatur, Vt ſi 12 Minuta & 20 Secunda velim deſignare, ea ſic exprimam. S. 0. g. 0. m. 12. 2. 20. Item 3, Signa cum 25 Minutis. S. 3. g. 0. m. 25.

Additio.

1 *Sicut in Additione Integrorum ſimplices notæ ſimplicibus, denæ denis, ac centenæ centenis directè ſubſcribuntur: ita in Additione Fractionum Aſtronomicarum Signa Signis, Gradus Gradibus, Minuta Minutis: & in ſumma qualibet Fractio, ſui generis Fractioni ſubijci debet.*

2 *Cuiuſcunq; generis Fractio non excedit 59: quoties enim 60 attingit, ad anteriorem ordinem pertinet. Vt non rectè annotabis, 25 Gradus cum 76 Minutis: ſed 26 Gradus cum 16 Minutis. praxis.*

3 *Signa communia ad Signa maiora reducito, vt monuimus: deinde quodlibet genus Fractionis ſuo loco diſponito: ſic vt eadem denominatio eidem denominationi ſuppoſita ſit. Et initium faciens à dextro & vltimo loco, adde inuicem quaſcunque ſub eodem titulo repereris: eáſque ſub tranſuerſa linea reponito quemadmodum in Integrum Additione fieri ſolet,*

& ſub proprio titulo: ſicq; per ordinem ſingulorum locorum ſeu titulorum numeros ſimul addere non deſines, donec omnes ad vltimum abſolueris. Exempli gratia, Addenda ſunt Signa communia 2, Gradus 16, Minuta 25, Secunda 17, Tertia 21, Quarta 27, cum Signis 4, Gradibus 20, Minutis 18, Secundis 22, Tertijs 30, & Quartis 12. Reductis duobus Signis ad vnum: & quatuor ad duo, ſic ſtabit formula.

S. g. m. 2. 3. 4.
1.16.25.17.21.27.
2.20.18.22.30.12.

3.36 43.39 51.39.

Hæc facilior eſt quàm quæ declarari debeat: Quoties enim aggregatum Fractionum vnius loci non ſuperat 60, nihil differt operatio ab Additione Integrorum. Si deſideres exemplum in Signis communibus, eadem poſitio diuerſam habebit operationem, hoc pacto.

S. g. m. 2. 3. 4.
2. 16. 25. 17. 21. 27.
4. 20. 18. 22. 30. 12.

7. 6. 43. 39. 51. 39.

Si verò ex vnius loci Additione excreuerit numerus ſupra 60: ea 60 ad anteriorem ordinem pertinẽt: ideoq; vnitas addenda erit proximæ notæ ſequentis tituli. Nam ſicut Integrorum ſupputationibus denarius numerus alicuius loci, per ſolam vnitatem anterioris

rioris loci ſignificatur & ſuppletur: ita Sexagenarius numerus alicuius Fractionis Aſtronomicæ per vnitatem anterioris Fractionis denotatur. Exēplum: Addenda ſunt Signa 5, Gradus 40, Minuta 33, Secunda 55, Tertia 45, & Quarta 24, cum Signis 7, Gradibus 25, Minutis 22, Secundis 18, Tertijs 47, & Quartis 53. Primùm incipe à Quartorum additione, hoc pacto: 3 & 4 faciunt 7: ea ſcribe ſub linea tranſuerſa, & ſub Quartorum titulo: 5 & 2 itidem faciunt 7: quæ quoniam denariorum locū occupant, 7 denas Quartorum ſignificant: à quibus aufer 6 (ea ſunt 60) manet 1: quā ſubſcribe poſt 7, ac ſub eodem titulo Quartorum, & 6 ſerua: inde ad Tertiorum ordinem veniens, pro 6 ſeruatis, adde 1 priori notæ Tertiorum, ſcilicet 7: fiunt 8: quæ cum 5 faciunt 13: ſcribe 3: Deinde adde 1 ad 4: fiunt 5: quæ cum 4 faciunt 9: ex quibus aufer 6, manent 3, quæ ſubſcribe poſt priorem ternarium: & pro 6 retentis adde 1 priori notæ ſequentis ordinis Secundorum: fiunt 9: quæ cum 5 faciunt 14: ſcribe 4 ſub Secundorum titulo: poſtea adde 1 ad 1, fiunt 2: quæ cum 5 faciunt 7: ſubſcribe 1, retine 6 pro quibus adde 1 ſequenti notæ Minutorum, fiunt 3: quæ cum 3 faciunt 6: quibus ſubſcriptis, iunge 2 cum 3: fiunt 5, quæ ſubſcribe poſt 6. Inde ad Graduum ordinem venies: cuius prima nota eſt 5, quæ cum 0 manet eadem: hac ſcribe ſub Graduum titulo: deinde iunge 2 cum 4, fiunt 6, quæ ſerua. Tandem ad ſigna peruenis, & pro 6 ſeruatis, adde 1 ad 7: fiunt 8, q̄ cū 5 faciunt 13: ſcribe ſolam vnitatē, & 12 reijce, quæ duos Circulos faciunt. Erit igitur formula eiuſmodi.

fer ſubducendum numerum. Quòd ſi propinquior illa nota ſuperioris ordinis non ſit ſignificatiua, ſed 0, mutuare ab eius ſiniſtro elemento. Quòd ſi etiam nullum ſit, accipe ab vlteriori Fractionis genere. Deinde facta ſubductione, pro ijs 60 adde 1 ſequenti elemento primi generis ſubtrahendorum, productum aufer à ſupriori ſimili modo.

Exemplum: Subtrahenda ſunt Signa 2, Gradus 22, Minuta 45, Secunda 44, & Tertia 59: à Signis 4, Gradibus 0, Minutis 40, Secundis 46 & Tertijs 37. Primùm quoniam 9 à 7 non poſſunt auferri, aufer à 17: ſuperſunt 8, quæ ſcribe ſub tranſuerſa linea, ſub titulo Tertiorum: & pro 10 adde 1 ſequenti elemento: fiunt 6, quæ quum non poßint auferri à 3, mutuare 1 à proximo genere Secundorum, quæ 6 denas Tertiorum repræſentabit, vt cum 3 fiant 9: è quibus retine 6, ſuperſunt 3, quæ ſcribe ſub titulo Tertiorum: ac pro 6, ad proximam notam Secundorum adde 1: fiunt 5, quæ aufer à 6, reſtat 1, quam ſcribe ſub Secundorum titulo. Deinde 4 aufer à 5: reſtat 1: eam ſubnota poſt priorem. Tum ſequentis ordinis proximo elemento adde 1: fiunt 6: quæ quoniam à nihilo non potes auferre, aufer à 10: reſtant 4, quæ ſcribe ſub Minutorum titulo: & proximo quaternario adde 1, fiunt 5: quæ quum à 4 auferre non poßis, mutuare 1 à proximo genere: Vbi quia nihil reperitur, mutuare ab vlteriori genere (Signorum ſcilicet) quæ vnitas cùm 6 denas Minutorum valeat, cum 4 faciet 10: à quibus aufer 5, reſtant 5, ea ſubſcribe. Poſtea ad proximã nota auferẽdi numeri, videlicet Graduũ, adde 1: fiũt 3,

quæ

attingemus, quòd initio nihil inſtituerimus aliud q̃ compendioſè docere. Porrò Multiplicatio per Tabulam proportionum etſi facilis ac expedita ſit, Diuiſio tamen per ipſam non minus eſt tædioſa (ea plerunque occurrunt operationes) quàm per reductionem ad minimum genus.

2 *Quantum igitur ad Multiplicationem attinet, ſumma artis eſt. Adde inuicem Denominatores: prouenit Denominator quæſitus: Numeratores verò multiplicantur inter ſe non aliter quàm Integra. Vt ſi multiplicentur Secunda 5, per Quarta 7: adde 2 ad 4: fiunt 6, Denominator: deinde duc 5 in 7: fiunt 35, Numerator. Quo in loco rurſus monendum eſt, Signa per 1: Gradus, per 0. Minuta etiam per 1 denominari: Signis verò Secunda maiora aſcendendo continenter ſuccedere.*

3 *Gradus itaque per quodcunque genus fractionis multiplicati, idipſum genus reſtituunt: Signa & Minuta augent denominationem vnitate. Quum verò Fractio maior per minorem multiplicatur, Denominator exurgit, ablata minore nota à maiore. Vt Tertia maiora per Secunda minora multiplicata, producunt Signa. Rurſus Tertia minora per ſecunda maiora, producunt Minuta. Vbi diligenter animaduerte vtrius Fractionis maior ſit nota. Nam ſi maioris Fractionis maior ſit nota, producitur maior: ſi minoris, minor.*

Hæc manifeſta fiunt ex ſubiecta Tabella.

Ter.

Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m.	2	3	4	5	6
Sec.	Qua.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m.	2	3	4
Sig.	Ter.	Sec.	Sig.	Gr.	m.	2	3	4	5
Gra.	Sec.	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6
m	Sig.	Gr.	m	2	3	4	5	6	7
2	Gra	m	2	3	4	5	6	7	8
3	m	2	3	4	5	6	7	8	9
4	2	3	4	5	6	7	8	9	10
5	3	4	5	6	7	8	9	10	11
6	4	5	6	7	8	9	10	11	12

Titulum multiplicandæ Fractionis in ſiniſtro latere Tabulæ inueſtiga: multiplicantis, in vertice eiuſdem, aut è diuerſo: & ab vtroq; in Tabulã procede recto introitu: angulus communis indicabit denominationẽ ex vtriuſq; Fractionis multiplicatione prouenientem. De Multiplicatione vnius Fractionis in vnam, hæc ſufficiant.

4 Contingit aũt plerunq; vt plures Fractionũ ſpecies etiã per plures ſint multiplicandæ. Hic itaq; reductione opus eſt, hoc pacto. Singula fractionum genera quæ tum in multiplicandis, tum in multiplicantibus ſunt, reduc ad vltimum & minimum genus in vtriſq; contentum: producta quæ vtrinq; exurgunt, multiplica inuicem, ſumma denominationem ſortietur quæ ex horum duorum Multiplicatione coaleſcere

re ſolet. Poſtea ex Diuiſione ipſius ſummæ per 60, ſcies quid quantumq; cuiuslibet generis in ipſa contineatur, vt infrà docebimus.

5 Reductio ad minimum genus, fit multiplicando Numeratorem maximi generis per 60: productum rurſus per 60: ſicq; continuanda producti cuiuſq; multiplicatio per 60 vſq; ad vltimum & minimum genus. Quod vt facilius fiat, ſubijciam Multiplicationis & Diuiſionis per 60 compendium. Numerum multiplicandum duc in 6 producto adde 0. Vt ſi velis ducere 115 in 60: duc 115 in 6, fiunt 690: his adde 0: exſut 6900. Simili ratione diuides per 60, interſecando primam notam numeri diuidendi, per virgulam, ac cæteras notas diuidendo per 6: ſiquid hinc ſuperfuerit, annectes notæ interſectæ: id erit totius Diuiſionis ſuperfluum. Vt ſi velis diuidere 265 per 60: ſegrega 5 per virgulam, hoc pacto, 26|5. Poſtea diuide 26 per 6 prodeunt 4, ſuperſunt 2: quibus annecte 5, Exurgunt itaq; 4 ex diuiſione 265 per 60, & reſtant 25. Praxis.

6 Ducenda ſunt Minuta 16, Secunda 25 & Tertia 36, in Secunda 10, Tertia 15 & Quarta 20. Quoniam igitur minimum multiplicandarum Fractionum genus, eſt Tertiorum: qualibet Fractio ad Tertia reducenda eſt, hoc pacto: Duc 16 Minuta in 60 fiunt 960 Secunda: his iunge 25: fiunt 985 Secunda: hæc quoq; duc in 60: fiunt 59100 Tertia: quibus adde 36, fiunt omnino 59136 Tertia: quæ ſerua, donec eadem via Fractiones multiplicantes reduxeris. Et quoniam minimum multiplicantium genus, eſt Quartorum: quæ-

qualibet ſpecies ad Quarta reducenda ſunt. Duc ergo Secunda in 60: fiunt 600 Tertia: quibus adde 15: fiunt 615 Tertia: hæc duc in 60: fiunt 36900 Quarta: quibus iunge 20: fiunt 36920 Quarta. Per hæc ergo multiplica 59136 Tertia: proueniunt 2183301120: quæ Septimorum denominationem habent, quum Tertia per Quarta multiplicata producũt Septima. Tandẽ vt ſcias quæ genera Fractionum, & quãtum cuiuſq; generis in 2183301120 Septimis contineantur, hæc diuide per 60: exurgunt 36388352 Sexta: hæc quoque diuide per 60, exeunt 606472 Quinta, ſuperſunt 32 Sexta: Diuide 606472 per 6, fiũt 10107 Quarta, ſuperſunt 52 Quinta: diuide 10107 per 60, fiunt 168 Tertia, ſuperſunt 27 Quarta. Tandem diuide 168 per 60: proueniunt 2 Secunda, ſuperſunt 48 Tertia. Erit igitur productum,

2, 3, 4, 5, 6.
2, 48, 27, 52, 32.

Diuiſio.

1 *In Diuiſione Fractionum Aſtronomicarum nihil intereſt vtra per alteram diuidatur quantum ad Denominatorem reperiendum, vtrobique enim idem exurgit Denominator. Vt ſi diuidas Tertia per Quarta, idem pueniet Denominator ac ſi diuideres Quarta per Tertia.*

2 *Summa verò artis eſt: Subtrahe Denominatorẽ minorem à maiori, relinquetur Denominator quæſitus: Numeratores verò diuiduntur inter ſe non ſecus quàm*

quàm Integra. Vt ſi ſecunda 18 diuidenda ſint per Quarta 6: aufer 2 à 4, manent 2, Denominator: deinde partire 18 per 6, exeunt 3, Numerator. Habes itaq; $\frac{2}{3}$ ex Diuiſione $\frac{2}{18}$ per $\frac{4}{6}$ 3. Atq; hic Canon generalis eſt: præterquàm quòd, ſi maior Fractio per minorem diuidatur, aut contrà: producetur Denominator ex vtriuſq; additione: ſed ex maiori Fractione fiet minor: Idem & ſi per Gradus maior diuidatur Fractio: Vt ſi Tertia maiora per Gradus diuidantur, fiunt Tertia minora. Vbique vero intelligo ſeruari Fractionum maiorum rationem quam ſupra dedimus. Sed, vt diximus, rariſſimè cadunt in vſum. Hæc demonſtrat ſequens Tabella:

Qui.	Qua.	Ter.	Se.	Sig.	g.	m.	2	3	4	5	6	7	8
Qua.	g.	m.	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Ter.	m.	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Sec.	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Sig.	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8	9
g	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7	8
m.	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6	7
2	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5	6
3	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4	5
4	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2	3	4
5	9	8	7	6	5	4	3	[illegible]	m	g	m	2	3
6	10	9	8	7	6	5	4	3	2	m	g	m	2

Titulum diuidendæ Fractionis inueſtiga in latere ſiniſtro Tabulæ Diuidentis, in vertice eiuſdem, vel contrà: angulus communis oſtendet Denominatorem ex vtriuſque Fractionis inuicem Diuiſione prouenientem.

4 Quoties verò plures Fractionum ſpecies per vnam aut plures diuidendæ ſunt, id per reductionem abſolues, hoc pacto: Omnes diuidendarum Fractionum ſpecies reduc ad vltimam ac minimam ipſarum denominationem, ſicut in multiplicatione docuimus: ac ſimili modo diuidentium, ſi plures ſint: productū diuidendarum partire per productum diuidentium: quod exibit, eam denominationem ſortietur, quæ ex his ſpeciebus productis inter ſe diuiſis ſecundum Canonem naſci ſolet.

Exemplum. Sint Gradus 25, Minuta 15, & Secunda 30, diuidenda per minuta 15. Reductis diuidendis ad Secunda, proueniunt 90930 Secunda: quæ diuide per 15 Minuta, exurgunt 6062 Minuta: quum Secunda per Minuta diuiſa, reſtituant Minuta. Inuento producto, vt ſcias quantum cuiuſq; generis cōtineat, ipſum diuide per 60, vt ſuprà docuimus. Vt, diuide 6062 per 60, habebis 101 Gradus, & 2 Minuta: hoc eſt, 1 Signum, 41 Gradus & 2 Minuta productum ex diuiſione ſuſcepta. Item, diuidendi ſunt Gradus 16, Minuta 19, Secunda 41, per Minuta 22, Secunda 4. Reductis diuidendis Fractionibus, exurgunt 58781 Secunda: Reductis diuidentibus, proueniunt 1376 Secunda: per hæc diuide 58781, prodeunt 43 Gradus: quum Secunda per Secunda diuiſa producāt Gradus.

5 Quòd

5 Quòd ſi productum diuidens, maius ſit producto diuidendo: multiplica per 60, donec eò creuerit vt diuidi poſſit. Exemplum: Diuidenda ſunt Minuta 32, & Secunda 23, per Secunda 51, & Tertia 20. Ex reductione diuidendarum, proueniunt 1243 Secunda: ex reductione diuidentium, 3080 Tertia. Et quoniam 1943 non poſſunt diuidi per 3080, multiplica 1943 per 60: fiunt 116580 Tertia. Hæc diuide per 3080, exeunt 37 Gradus & $\frac{1620}{3080}$ vnius Gradus, quum Tertia per Tertia diuiſa, producant Gradus.

6 Quoties verò reſtabunt minutiæ, vt in hoc poſtremo exemplo: hac ratione elicies quantum valeant. Multiplica Numeratorem Fractionis annexæ per 60: quod exurgit partire per Denominatorem eiuſdem: productum erit proximæ denominationis ab Integris ipſas minutias præeuntibus. Vt in ſuſcepto Exemplo, fractio annexa, fuit $\frac{2620}{3080}$: Duc 2620 in 60: fiunt 157200: hæc diuide per 3080: fiunt 51 (Minuta ſcilicet ꝓxima denominatio à Gradib.) & $\frac{120}{3080}$ vnius Minuti. Cuius Fractionis æſtimationem ſimili via inquirere poſſes. Verum quoniam hic error ſenſum effugit, in hoc & ſimilibus potes tutò conſiſtere.

De inuenienda Radice Quadrata in Fractionibus Aſtronomicis.

ARtificium inueniẽdæ Radicis Quadratæ in Fractionibus Aſtronomicis, eſt, vt accipias Denomi-

& Secunda 39, Radicis inuentæ æſtimationem.

Examen huius operationis eſt, vt multiplices Radicem inuentam in ſeipſam: ex ibit enim numerus Quadratus primùm ſuſceptus, ſi non erraueris.

De Radicis Cubicæ inuentione.

Sicut in Quadratis Denominator Radicis exurgit ex dimidio Denominatoris Quadrati: ita in Cubicis ex tertia parte Denominatoris Cubici, Numeratoris verò extrahitur Radix Cubica ſicut ex integris. Vt radix Cubica $\frac{6}{27}$ eſt $\frac{2}{3}$. Sunt enim 2 ſubtriplum 6: & 3, radix Cubica 27. Quoties itaque Denominator in tria diuidi non poterit, opus erit reductione. Vt ſi quæris Radicem Cubicam Minutorum 7 & Secundorum 30, priùs ad 27000 Tertia reducas: horum Radix, erit 30, quæ Minutorum denominationem habebunt. Item, quærenda eſt Radix Cubica Minutorum 18, Secundorum 51, Tertiorum 57, Quartorum 18, Quintorum 43, & Sextorum 12. Ex reductione proueniunt 14760139392 Sexta: quorũ Radix, 2448 Secunda: hoc eſt, 40 Minuta & 8 Secunda.

TERTIA.

7 3
6 8 4 9 3 5 5
1 4 6 7 0 1 3 9 3 9 2 (44|8
· · · ·
7 3 2
1 7 8 6 0 8
1 4 2 8 8 6 4
4 6 8 4 8
5 1 2
1 4 2 3 5 5 3 9 2

Examen. Duc radicem inuentam in ſeipſam, productum rurſus in radicem: exhibit numerus Cubicus ab initio ſuſceptus.

DE COGNOSCENDIS PER memoriam Calendis, Idibus, Nonis, Aureo numero, feſtis mobilibus, & loco Solis & Lunæ in Zodiaco.

M*Enſium numerum, nomen, atq; ordinem nemo eſt qui neſciat. Ex ijs Ianuarius, Martius, Maius, Iulius, Auguſtus, October & December habēt dies 31, Februarius die 28: Sed quarto quoq; anno accreſcit dies vna, qua intercalaris dicitur 6 Cal. Mar-*

nis:ſexta,pridie Nonas: quinta, tertio Nonas,&c. Reliquis verò ſunt quatuor tantùm:quæ initium habent à die quinta.

4 Numerus Cycli Decemnouenalis, quem Aureum vocãt,ſic reperitur: Annis Chriſti oblatis adde vnitatem:productum diuide per 19: quod poſt diuiſionem manet, eſt Aureus numerus. Exemplum. Volo ſcire numerum Aureum annis 1545: Addo 1,fiunt 1546: Hæc diuido per 19:reſtant 7, numerus quæſitus. Numerus verò partitionis,quèm Quotientem vocant,indicat reuolutiones huius Cycli elapſas à Chriſto nato:nempe 81.

5 Hinc exurgit numerus Epactæ. Duc Aureum numerum in 11,productum partire per 30: quod reſtat eſt quæſitum. Vt,Aureus numerus Anni 1545, eſt 7, per Canonem præcedentem quæ ducta in 11, producunt 77:hæc diuide per 30:ſuperſunt 17,numerus Epactæ huius anni. Hi duo numeri non à capite anni Romani,ſed à Martio initium habent:eorumq́; vſus eſt in reperiendis Coniunctionibus & Oppoſitionibus medijs Luminarium,quas mox explicabimus: ſed prius pauca quædã ad hoc pertinentia præmittemus.

6 Sol ſingulis annis totum circulum Zodiaci luſtrat. Zodiacus in 12 Signa diuiditur: quorum ordo eſt, Aries,Taurus,Gemini,Cancer,Leo,Virgo,Libra, Scorpio,Sagittarius, Capricornus, Aquarius,Piſces: quorum vnumquodq́; 30 Gradibus conſtat. Sol ſingulis menſibus vnum Signum percurrit,ſingulis diebus Gradum:Non tamen vt menſiũ initium, Signorum initio reſpondeat: ſed diuerſitas hæc eſt: Die

12 Ianuarij Sol ingreditur Aquarium: 12 Frebruarij, Piſces: 12 Martij, Arietem: 12 Aprilis, Taurum: ſicq́; continuo ac recto ordine. Ebrum inter ſe oppoſitio à ſeptimo quoq; ſumitur. Aries opponitur Libræ: Taurus, Scorpioni: Gemini, Sagittario. Cancer, Capricorno: Leo, Aquario: Virgo, Piſcibus. Quadratus aſpectus in quarto quoq; Signo eſt. Aries quadrato aſpectu intuetur Cancrum: Taurus, Leonem: Gemini, Virginem: & ſic de reliquis. Ex hoc locus Solis inuentu facillimus, ſingulis diebus ſingulos gradus tribuendo.

7 Coniunctio Lunæ cum Sole vulgò Nouilunium appellatur: Oppoſitio ipſius ad Solem, Plenilunium. Quadraturæ intermediæ, hoc eſt trium Signorum interuallum, ſignificant medietates ipſius incrementi ſiue decrementi. Hæ verò ſic reperiuntur: Numero Epactæ reperto, per quinti numeri doctrinam, adde numerum Calendarum, quæ à menſe Martio fluxerunt: productum aufer à 30, quod remanet indicat diem quo futura eſt Coniunctio: Die verò pòſt decimaquinta, erit Oppoſitio. Exemplum: Volo ſcire quota die menſis Iulij hoc anno 1545 ſit futura Coniunctio: Epacta ſuprà inuenta eſt 17 eodem anno, huic adde 5, numerum ſcilicet Calendarum quæ à Martio præteriêre: fiunt 22: quæ aufer à 30, reſtant 8. Erit ergò illo menſe Coniunctio, octaua die. Iam adde 15 ad 8: exurgunt 23. Die ergo 23, erit Oppoſitio. Quòd ſi productum ſit minus q̃ 15: ipſum aufer à 15: quod remanet eſt dies Oppoſitionis. Si excedat 30, aufer à 45: quod remanet iidẽ eſt dies Oppoſit. Exemplum:

plum: Volo oppoſitionem q̄ fuit menſe Aprili 1539. Numerus Epactæ illius anni, fuit 11, per 5: bis adde 2, pro Calendis quæ præterierunt à Martio, fiunt 13: hæc aufer à 15, manent 2. Fuit ergo Oppoſitio die ſecunda illius menſis. Item volo Oppoſitionem quæ futura eſt menſe Octobri, Anno 1546. Numerus Epactæ erit 28, quibus additis 8, numero ſcilicet Calendarum à Martio, fiunt 36: hæc aufer à 45, manet 9. Erit itaq; Oppoſit. nona die Octobris illo anno. Hoc ideo addendum fuit, q ſæpe fit, vt Oppoſitio alicuius menſis præueniat Cōiunctionē eiuſdem. A die Oppoſitionis ablatis diebus 15, habebitur dies præcedentis Coniunctionis. Vt ſi die nona Octob. ſit futura Oppoſitio, præcedet Coniunctio die 24, Septemb. Habita Coniunctione & Oppoſit. habebimus quadraturas, addendo vel auferendo 7 dies.

8 Hinc elicitur locus Lunæ in Zodiaco. Primum conſidera locum Solis ad diem ſuſceptum: poſtea vide vtrum præceſſerit Coniunctio an Oppoſitio, & quot dies hinc elapſi ſint. Hos dies multiplica per 4, productū partire per 9: numerus partitionis indicabit Signa & partes Signorum: vtpote per Integra intelligitur numerus Signorum: numerator verò fractionis annexæ indicabit Gradus triplicatos. Ea Signa & Gradus adde ad locum Solis ſemper: productum, erit locus Lunæ, ſi præceſſerit Coniunctio: Si verò præceſſerit Oppoſitio, erit locus oppoſitus Zodiaci. Exemplum: Volo ſcire locum Lunæ 18 Iulij 1545, Coniunctio per 7, erit 8 die: ſuperatio dierum eſt 10: hæc duc in 4, fiunt 40: quæ diuide per 9, exurgunt $4\frac{4}{9}$ hoc eſt, qua-

quatuor Signa & 12 Gradus. Nam pro qualibet nona, tres Gradus ſumendi ſunt. Hac adde ad locum Solis, qui per præcedentia, erit in 7 gradu Leonis. Erit ergo Lunæ locus circa 19 gradum Scorpij, quum præceſſerit Coniunctio. Rurſus volo locum Lunæ die 17 Octob. 1546. Oppoſitio erit die 9 eiuſdem: ſuperatio eſt 8 dierum: quos multiplica per 4: fiunt 32: diuide per 9, prodeunt 3 $\frac{5}{9}$ hoc eſt tria Signa & 15 Gradus. Adde ad locum Solis, qui erit in 6 Gradu Scorp. exibit 21 Gradus Aquarij: Cuius loco accipies 21 Gradum Leonis, Signi ſcilicet oppoſiti quia præceſſerat Oppoſitio. Nequis tamen nimia ſecuritate fallatur, quæcunque hîc dicta ſunt de medijs Coniunctionibus & Oppoſitionibus dicta intelligat, de ijs ſcilicet q̄ proximè accedunt ad veras, quæ in Ephemeridum libris reperiuntur: Poſſunt enim à veris differre 12 horarum ſpatio, atque eo amplius. Idem & de locis ipſis intelligas. Horum cognitio vt non omninò certa ac exacta ſit, certè pulchra & iucunda eſt, nullis ad hoc Tabulis neceſſarijs: maximè verò quòd per medias Coniunctiones atque Oppoſitiones, potiùs quàm per veras, metiamur feſtorum mobilium curſum, hoc qui ſequitur modo:

9 Per Canones ſuperiores, habeas Coniunctionem in menſe Februario anni propoſiti: & vide in quam ceciderit diem: & proxima dies Martis erit Carniſpriuium Romanum. Quòd ſi die Martis fuerit Coniunctio, omnino ad diem ſequētem Martis differtur:

Po-

Dominica proxima, erit Quadrageſima: Poſt ſex hebdomadas, erit Paſcha. Exemplum: Coniunctio in menſe Feb. 1545, erit die 12, per doctrinam præcedentem. Dies autem 12, erit dies Iouis. Erit itaque die 17, Carniſpriuium: & Quadrageſima, 22 eiuſdem; Paſcha, 6 hebdomadis, hoc eſt, quadrageſima ſecunda pòſt die: quæ cadet in 5 Aprilis. Additis quinque hebdomadis, hoc eſt, 35 diebus ad diem Paſcha, habetur dies Rogationum. Erunt ergo die 10 Maij: quibus additis 4 diebus, erit Aſcenſio Domini. Hinc ad Pentecoſten ſunt 10 dies, eritq́; 24 eiuſdem menſis. Feſtum Trinitatis die ſeptima Pentecoſte, eritq́; die vltima Maij. Feſtum corporis Chriſti, die quarta à Trinitate. Aduentus domini ſemper eſt Dominica quarta ante Natalis feſtum. Vnde ſi Natalis ſit die Dominica, celebrabitur Aduentus die 27 Nouembris, eritq́; à Natali remotiſſimus. Eius tempus maximum, eſt dierum 28: minimum 21. Interuallum, eſt ſpacium à Natalis feſto ad Dominicam, in qua cantatur Eſto mihi. Ea eſt quæ proximè antecedit Carniſpriuium Romanum. Septuageſima eſt tertia Dominica ante Quadrageſimam. Vnde cùm Anno 1545 poſuerimus Quadrage. 22. Februar. fuit Septuageſima, die prima eiuſdem. Supereſt vt de Cyclo Solari & Cyclo Indictionis dicamus.

10 Cùm addideris 9 ad annum Chriſti oblatum, & productū diuiſeris per 28, quod ex diuiſione reſtabit, erit numerus Cycli ſolaris. Exemplū: Quæritur numerus Cycli ſolaris Anni 1545: His adde 9, fiunt 1554. diuide ꝑ 28, ſuperſunt 14, numerus quæſitus. Numer⁹

verò

IACOBVS PELETARIVS LECTORI.

Vide quàm mihi chara ſint tua ſtudia. Radicũ demonſtrationem, quam Gemina Friſius extremis ferè digitis attigerat, ad me recepi, & confeci, alioqui in diuerſo ſtudij genere occupatiſsimus. Eam quum ad libros de occulta parte numerorum reponere ſtatuiſſem, mutaui ſubitò conſilium. Nolui enim dilatione rei pulcherrimæ tuam expectationẽ ſuſpenſam relinquere. Totum itaque caput in hunc locum tranſtuli: Tu aduerte animum.

RADICIS QVADRATAE Demonſtratio.

Vbicunq; partium collectio totũ quidpiam conſtituit, diſſolutione opus eſt ad partes ipſas eruendas. Igitur Numerus compoſitus in tot partes diſſoluitur, quot ipſius ſunt notæ. Vt 234 in tres, ſcilicet 200, 30 & 4. quod & ipſa pronuntia-

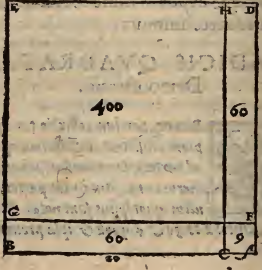
tio

tio exprimit. Atq; vt à ſimplicioribus doceamus, hic
Numerus 23, diſſoluitur in 20 & 3: quod in Algebra
dicitur 20 p. 3: hoc eſt, 20 plus 3. Quum itaq; 23 ad
3 *quadratum ducenda ſunt, primùm ducuntur 3 in ſe*
20 *fiunt 9: Tum 20 in 3, bis: fiunt bis 60: ac tandem 20 in*
3 *ſe, fiunt 400: ij omnes numeri efficiunt 529, Quadra-*
20 *tum 23. Atq; hinc emergit ratio colligendæ radicis*
9 *Quadratæ, & quo argumento huc inducatur quar-*
60 *ta Propoſitio ſecundi Libri Elementorum Euclidis,*
60 *quæ ſic habet:*

400 Si recta linea in duo ſecetur, Quadrata quæ ex
duobus ſegmentis fiunt cum eo quod his ſub ipſis
529 ſegmentis comprehenditur Rectangulo, æqualia
ſunt ei quod à toto fit Quadrato.

Cuius demonſtrationem quum dederimus in noſtro Euclide, eam hoc loco oſtendemus ſimplici expoſitione.

Propoſitionis itaque ſententia eſt, vt ſi linea AB ſecetur in puncto C, Quadratum quod ex tota AB,



ſit

ſit æquale duobus Quadratis, quæ ex AB & CB cum eo quod bis fit ex AB in CB.

Conſtituatur enim ex AB, Quadratum ABDE: ſeceturq́ AD in puncto F, ſimiliter vt ipſa AB: ſcilicet AF ſit æqualis AC: & FD æqualis CB Ac tũ ductis Parallelis CH & FG, conſtat Parallelogrammum CF eſſe Quadratum: itidem GH eſſe quadratum. Conſtat etiam vtrunq́ CG & FH Supplementum eſſe, id quod fit ex AC in CB: denique totum Quadratum ABDE quatuor ipſis Paralleligrammis eſſe æquale. Quum igitur fecerimus totam AB eſſe 23, vt BB ſit 20, & CA, 3: erit Quadratũ GH, 400: Quadratum CF, 9. Vtrunque verò ſupplementorum erit 60. Ex quo iam facilè eſt colligere vnde extractio Quadrata deprompta ſit. Scilicet, duo ipſa quadrata in locis imparib ſita ſunt, primò & tertiò, alterutrum verò ſupplementum, medium locum occupat. E loco igitur tertio, id eſt, ex puncto ſecundo, elicitur Quadratum 400, (quod eſt Quadratum lineæ BC) cuius Radix 20 (hic autem Nihila intellectu expunguntur: vt 4 pro 400: & 2 pro 20 teneantur: ſicut deinceps vbiq́ erit obſeruandum.) Ponuntur ergo 20 (ea ſunt 2) ad latus: Tum hæc duplicantur, fiuntq́ 40: ſcilicet fit bis linea BC, vt pòſt vna opera fiat duplex illa multiplicatio, quam Propoſitio aſtruit, per futuram notam 3. Iam per hæc 40 diuiditur numerus 120: prodit index ſeu indicans numerus (Quotientem vocant) 3, ſcilicet linea AC. Hæc 3 adduntur ad 40, fiunt 43: quæ ducuntur in ipſum indicem: nempe 33 in 3, fit quadratum 9: tum 3 in 40, nempe bis in

lineam 20: fiunt bis 60, ſeu 120: hac ſunt duo Supplementa. Atq; ea eſt inueſtigatio partium per inuerſionem, qua extractionem Radicis patefacit. Nam abſtracto iam Quadrato 400 quum ex 129 detraxeris Quadratum 3, quod eſt 9, manent 120: Atq; hic numerus perpetuò in duo aqualia diuiditur, ꝑpter duo Supplementa aqualia, qua ipſe continet: eaq; ratione duplicantur 20, vt vna opera conficiantur ipſa duo Supplementa ex multiplicatione in 3. Sicq; conſtat Radicis extractio. Ex his ſatis apparet, quur omnis Numerus Quadratus primam notam habeat 1, aut 4, aut 5, aut 6, aut 9, aut deniq; 0 nunquam 2, 3, 7, 8. Nimirum quòd ſub primo puncto ſemper lateat aliquod ſimplicium Quadratorum. Vbi verò Quadratus Numerus primam notam habet 0, neceſſe eſt parem eſſe numerum Nihilorum: qua numerum quidem augeat, ſed dignitatem hîc non mutant: Scilicet ſi 400 quadratus eſt numerus, neceſſe eſt 4, quoque quadratum eſſe numerum. Quum itaq; Quadratū 529 conſtet duobus Quadratis, 400 maiore, & 9 minore: duobusq; Supplementis ſcilicet bis 60: ſi nihila abſtuleris, fient duo Quadrata 4 & 9: duoq; Supplementa, quorum vtrunq; erit 6: Qua omnia ſimul addita etiamnum Quadratum conſtituent, nempe 25. Sed ad Cubum tranſeo. Eiuſmodi enim ſpeculationes propè innumerabiles ſunt.

RADICIS CVBICAE Demonſtratio.

Cubus Geometricus ſex facies habet quadratas, ſupremam, infimam: aduerſam, poſticam: dextram, ſiniſtram. In ijs enim ſex lateribus perfectio eſt Corporis. Quum itaq; Cubus linea in duo diuiſa, qualis ad inſtitutum noſtrum pertinet, duobus cõſtet Cubis minoribus, & ſex Parallelepipedis: Cubi quidem duo inter ſe collati, inæqualem habent ſoliditatẽ (huc enim Cubũ non adducimus, qui octo Cubis conſtat æqualibus:) ſex verò Parallelepipeda binas inter ſe ſoliditates, æqualitate & inæqualitate permutãt. Quæ omnia attentiùs ſunt perſpicienda, vt intelligas quot cuiuſq; partis facies extent in maximi Cubi ſuperficiebus: ſicq; Cubi Geometrici ſtructuram Gnomonicam animo cernere poßis: qui quidem in plano commodè pingi non poteſt, ſed qui facilè per Quadratum à nobis modò exhibitũ intelligetur. Plana enim figura, Solidæ eſt ichnographia. Cubus verò Arithmeticus erit præſentior. Atq; in exemplum ſumatur numerus duarũ notarum, 34. Hunc igitur quum diſſoluerimus in 30 & 4: ad Cubi conſtitutionem, primùm vtranq; ducemus in ſe: tum alteram in alteram bis: iamq; fit quadratum ſed in particulas fractum, vt modò 23 quadrauimus. Scilicet fiunt 16: tum bis 120, ac poſtremo 900. Qui omnes numeri efficiunt 1156, Quadratum 34.

4
30
4
30
16
120
120
900
1156

16
120
120
900

4
30

64
480
480
3600
480
3600
3600
27000

39304

Tum rurſus ducendæ ſunt eæ omnes particulæ in 30 & 4: fientq; octo multiplicationes, ſcilicet 64, prior cuborum minorum: tum ter 480: deinde ter 3600: ac tandem 27000, alter Cuborum minorum atq; ij omnes ſimul numeri totum, Cubum efficiunt, 39304. Igitur ad Cubi compoſitionem ſumuntur Cubi duarum ſectionum: tum ducitur Quadratum prioris ſectionis in ſecundam ter: atq; viciſſim quadratum ſecundæ ſectionis in priorem ter. Ex quo Theorema confecimus in hæc verba,

Si recta linea in duo ſecetur, qui ex ea fit Cubus, æqualis eſt ijs qui ex vtraq; ſectione fiunt Cubis, atq; ei quod ter fit ex quadrato prioris ſectionis in ſecundam Parallelepipedo, eiq; quod ter fit ex quadrato ſecundæ ſectionis in priorem Parallelipipedo.

Sectionem hoc loco pro ſegmento poſuimus, vt ambiguitatem ſententiæ effugeremus.

Hoc verò Theorema, quod proportione quadam reſpondet quartæ Propoſitioni ſecũ Elementorum, demonſtrabimus, Deo iuuante, in Solidis. Quod ipſum tamen ex ſe valde probabile eſt, ijs qui Cubi ſtru-

cturam animo reponent: ſed planè ſpectabile futurum, ſi ſenſum iudicem adhibueris: ſcilicet ſi Cubum Solidum efformaueris in octo particulas, ex materia quapiam tractabili. Et quoniam in Quadrata Radice nihilorum naturam æſtimationemq́ue deſignauimus, tantùm mente tenenda ea quæ illic tradidimus: nempe nihila ipſa eſſe pro nihilo habenda in numeraria collectione. Igitur Theorematis noſtri inductio ſic erit. Inueſtigo Cubum prioris puncti, ſcilicet Cubum comprehenſum in 39000. id eſt 27000, cuius radix 30: hanc ſepono ad latus in primam notam radicis: ablatis 27000 ex 39000: ſuperſunt 12304. Iam triplico 30 (idq́ue ob triplicem multiplicationem in Theoremate aſtructam, ſicut in Quadrato duplicatur ob duplicem) Ex ea triplicatione fiunt 90: quæ colloco, ſcilicet o ſub puncto proximo ad dextram, & 9 ſub nota proxima ipſi puncto ſicut vult artis compendium: Secundò duco eadem 30 in triplũ, 90. fiunt 2700, collocanda ſub 90. Et erit 2700, Diuiſor. Qui quum quater reperiatur in 12304, ſepono 4 in ſecundam notam Radicis. Iam hîc modus exiſtit inuentionis: Nam in ipſa 4 ducuntur 2700: fiunt 10800: hæc ſunt ter 3600 q̃ inter Cubi particulas conſpiciuntur: Tertiò quadrantur 4, fiunt 16: hæc ducũtur in 90: fiunt 1440 collocanda ſub 10800. Tandem eadem 4 ducuntur, cum cubum fiunt 64:

1	2				
~~3~~	~~9~~	3	0	4	(3|4
	.			.	
			9	0	
	2	7	6	0	
1	0	8	0	0	
	1	4	4	0	
			6	4	
1	2	3	0	4	

quas ſex Parallelepipeda repræſentantur, eo diſquiſitione fient manifeſta. Hac mihi ſatis eſſe viſa ſunt ad integram Radicum cognitionem. Nos verò aliam extrahendæ Radicis Cubicæ aliquantò expeditiorem dedimus in noſtra Arithmetica: Neque illam omnium pulcherimam omiſimus & facillimam, quæ generatim omnes Radicum extractiones complectitur. Sed & ambæ ex eodem hoc fonte demonſtrationis emanant.

FINIS.

BIBLIOTECA NAZ. ROMA VITTORIO EMANUELE

Mulæ Aſinæq́; duos imponit ſeruulus vtres:
Impletos vino, ſegnemq́; vt vidit Aſellam
Pondere defeſſam veſtigia figere tarda
Mula rogat: Quid chara parens cunctare, gemisq́;?
Vnam ex vtre tuo menſuram ſi mihi reddas,
Duplum oneris tunc ipſa feram: Sed ſi tibi tradam
Vnam menſuram, fient æqualia vtriq́;
Pondera. Menſuras dic docte Geometer iſtas.

IOACHIMVS HELLER.

Mulus portabat vinum comitatus Aſella,
Hæc oneris quæritur pondera vaſta ſui:
Ille graues matris gemitus miratur, & inquit,
Cur adeò lachrymis lumina mœſta fluunt?
Mollities teneras, mater, decet, illa puellas,
Quas premit inſuetus debilitatq́; labor.
Vnam menſuram ſi noſtros fundis in vtres,
Ipſe tui vini pondera dupla feram:
Sin vnam contrà noſtro de faſce leuabis
Partem, tunc æquum pondus vterq́; feret.
Dic mihi menſuras, ô docte Geometer, iſtas,
Non aliter Phœbi nomine dignus eris